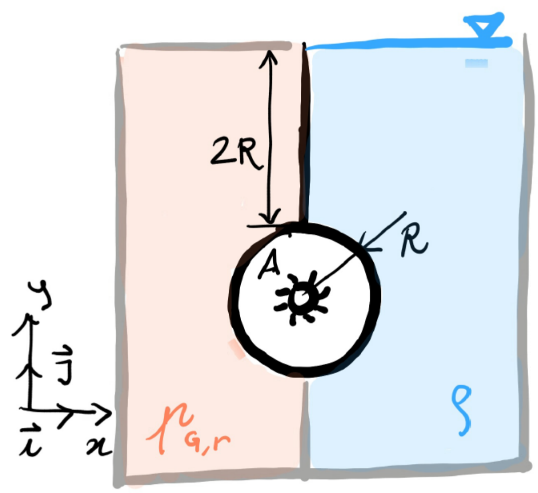
Esercizio 1

Il corpo in figura (contorno nero) è libero di ruotare attorno alla cerniera A. Il peso del corpo sia trascurabile e la profondità dello stesso nella direzione perpendicolare al foglio sia pari a b. La pressione in corrispondenza del pelo libero del liquido sia pari alla pressione atmosferica (usare il simbolo p_{atm}).



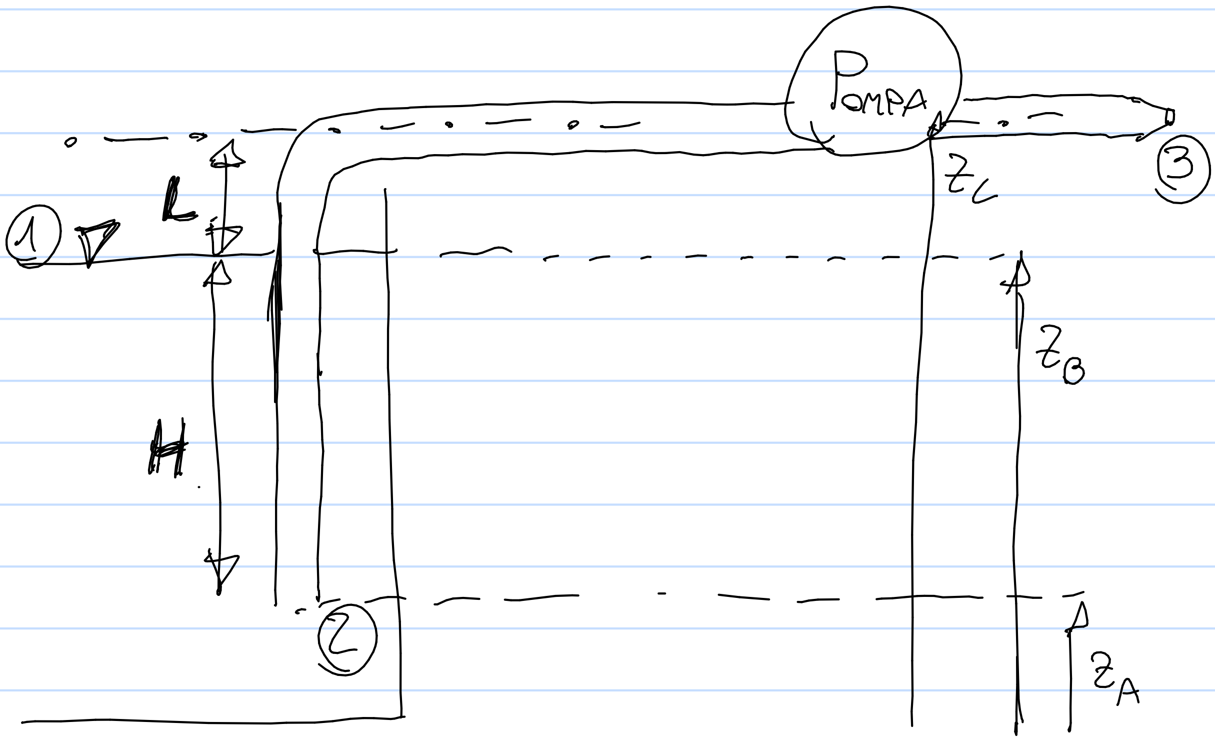
Calcolare:

1. Componente x della forza idrostatica (lato destro):
   $Fh, x = -8\rho g R^2 b$
2. Componente y della forza idrostatica (lato destro):
   $Fh, y = \rho g \pi R^2 b/2$
3. Componente x della forza risultante lato gas (lato sinistro):
   $Fg, x = 4p_{g,r}Rb$
4. Componente y della forza risultante lato gas (lato sinistro):
   $Fg, y = 0$
5. Componente z del momento della forza idrostatica rispetto al polo A
   $Mh, A = \frac{10}{3}\rho g R^3 b$
6. Componente z del momento della forza risultante lato gas rispetto al polo A:
   $Mg, A = -4p_{g,r}R^2 b$
7. Pressione relativa gas per mantenere il sistema in equilibrio come in figura:
   $p_{g,r} = \frac{5}{6}\rho g R$

Esercizio 4

Durante la seconda guerra mondiale, Sir Geoffrey Taylor, ha stimato la velocità dell'onda d'urto di un'esplosione atomica tramite l'analisi dimensionale. Il fisico assunse che il raggio dell'onda, R, fosse una funzione dell'energia rilasciata E, della densità dell'aria ρ e tempo t.

1. Quante e quali sono le variabili del problema? $n = 4$, cioè R, E, ρ, t.
2. Quante e quali sono le grandezze fondamentali del problema? $j = 3$ cioè M, L, T, ($\{R\} = L$; $\{E\} = ML^2T^{-2}$, $\{\rho\} = ML^{-3}$, $\{t\} = T$)
3. Quanti sono i gruppi adimensionali del problema? $n - j = 1$
4. Quali sono i gruppi adimensionali del problema? Scegliendo come variabili ripetute E, ρ, t il gruppo ottenuto è $\Pi_1 = \frac{R\rho^{1/5}}{E^{1/5}t^{2/5}} = const$
5. Come varia il raggio dell'onda d'urto nel tempo? R è proporzionale a $t^{2/5}$



UNA POMPA ASPIRA UNA PORTATA Q DI ACQUA DAL SERBATOIO IN FIGURA.
LA CADUTA DI PRESSIONE VISCOSA SIA Δp_{FV}.

IL FLUSSO D'ACQUA VIENE SCARICATO IN ATMOSFERA DA UN UGELLO CONVERGENTE CON SEZIONE DI USCITA DI AREA A_3. MENTRE I CONDOTTI DELL'IMPIANTO ABBIANO SEZIONE COSTANTE DI AREA 2.

SI ASSUMA FLUSSO STAZIONARIO, SI ASSUMA CIOÈ CHE LA SEZIONE DEL PELO LIBERO SIA TALE CHE $A_1 >> A_2$.

1) SI CALCOLI LA PRESSIONE SULLA SEZIONE DI INGRESSO DEL CONDOTTO DI ASPIRAZIONE SUPPONENDO FLUSSO IRROTAZIONALE NEL SERBATOIO.

2) SI CALCOLI LA POTENZA TRASFERITA AL FLUIDO DALLA POMPA

3) SI STIMINO LE PERDITE CONCENTRATE Δp_C^{FV} NELL' IMPIANTO ASSUMENDO FLUSSO LAMINARE E ASSUMENDO CHE LA LUNGHEZZA COMPLESSIVA DEI CONDOTTI SIA L_{tot}.

QUESITO 1

$$\left(\frac{p}{\rho} + gz + \frac{U^2}{2}\right)_2 = \left(\frac{p}{\rho} + gz + \frac{U^2}{2}\right)_1$$

$$P_2 = P_{atm} + \rho g (z_B - z_A) - \rho \frac{U_2^2}{2}$$

$$= P_{atm} + \rho g H - \frac{\rho}{2}\left(\frac{Q}{A_2}\right)^2$$

QUESITO 2

$$-\left(\frac{P}{\rho}+gz+\frac{v^2}{2}\right)_2+\left(\frac{P}{\rho}+gz+\frac{v^2}{2}\right)_3=-\frac{\Delta P_V}{\rho}+\frac{\dot W_P}{\rho\dot Q}$$

$$-\left(\cancel{\frac{P_{atm}}{\rho}}+g\left(z_B-\cancel{z_A}\right)+\cancel{\frac{v_2^2}{2}}+\cancel{g z_A}-\cancel{\frac{v_2^2}{2}}\right)+$$

$$+\left(\cancel{\frac{P_{atm}}{\rho}}+g z_C+\frac{v_3^2}{2}\right)=-\frac{\Delta P_V}{\rho}+\frac{W_P}{\rho\dot Q}$$

$$W=\rho\dot Q\left(g\underbrace{\left(z_C-z_B\right)}_{L}+\frac{1}{2}\left(\frac{Q}{A_3}\right)^2+\frac{\Delta P_V}{\rho}\right)$$

NOTARE CHE AVREI ANCHE POTUTO SCRIVERE BERNOULLI TRA 1 e 3

$$-\left(\cancel{\frac{P}{\rho}}+gz+\cancelto{0}{\frac{v^2}{2}}\right)_1+\left(\cancel{\frac{P}{\rho}}+gz+\frac{v^2}{2}\right)_3=-\frac{\Delta P^{FV}}{\rho}+\frac{\dot W}{\rho\dot Q}$$

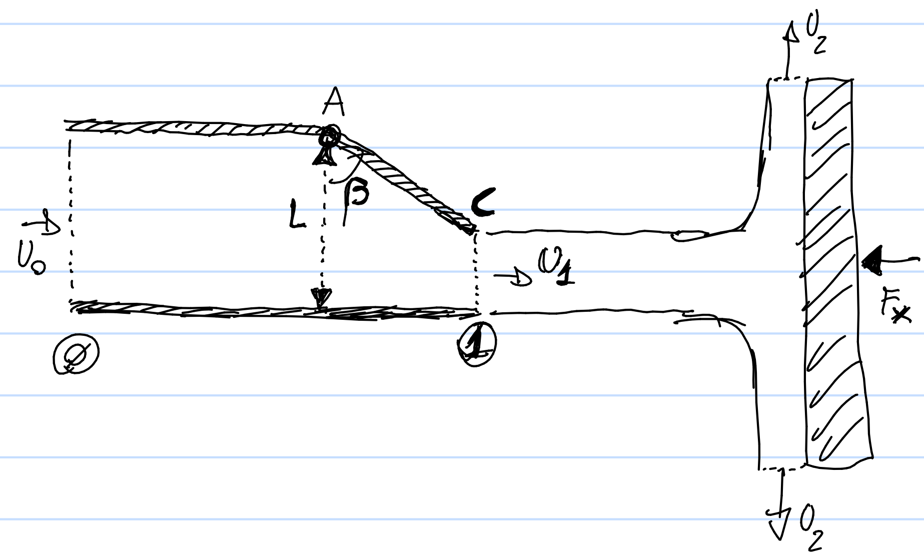
$$g\underbrace{\left(z_C-z_B\right)}_{L}+\frac{1}{2}\left(\frac{Q}{A_3}\right)^2=-\frac{\Delta P^{FV}}{\rho}+\frac{W_P}{\rho\dot Q}$$

QUESITO 3

$$\Delta P^{FV} = \left(f \frac{L}{D} + \Sigma K \right) \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q}{A_2} \right)^2$$

$$\Delta P^{FV}_D = \frac{64}{Re} \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q}{A_2} \right)^2$$

$$\Delta P^{FV}_C = \Delta P^{FV} - \frac{64}{Re} \frac{L_{tot}}{D_2} \frac{\rho}{2} \left(\frac{Q}{A_2} \right)^2$$



UN FLUSSO D'ACQUA SCORRE NEL CANALE RAPPRESENTATO IN FIGURA AVENTE ALTEZZA L E SPESSORE b (IN DIREZIONE ⊥ AL FOGLIO)

LA PARATIA AC OCCLUDE COMPLETAMENTE LA SEZIONE DI PASSAGGIO DELL'ACQUA QUANDO L'ANGOLO BETA È $\beta = 0$.

LA VELOCITÁ IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI INGRESSO DEL CANALE SIA NOTA. (VELOCITÁ v_0).

LA PRESSIONE SULLA SEZIONE DI USCITA SIA PARI ALLA PRESSIONE ATMOSFERICA.

IL FLUSSO SCARICATO DAL CANALE IMPATTA SU UNA LASTRA E VIENE DEVIATO IN MODO TALE CHE LA VELOCITÁ v_2 SIA PERPENDICOLARE ALL'ASSE X.

LA COMPONENTE DELLA FORZA ORIZZONTALE NECESSARIA A MANTENERE IN POSIZIONE LA LASTRA SIA NOTA (F_x).

SUPPONENDO FLUIDO PERFETTO E TRASCURANDO IL PESO DELL'ACQUA

1) CALCOLARE L'ESPRESSIONE PER LA VELOCITÁ IN CORRISPONDENZA DELLA SEZIONE DI USCITA DEL CANALE

2) CALCOLARE L'ESPRESSIONE PER L'ANGOLO β

3) CALCOLARE LA PRESSIONE SULLA SEZIONE DI INGRESSO DEL CANALE.

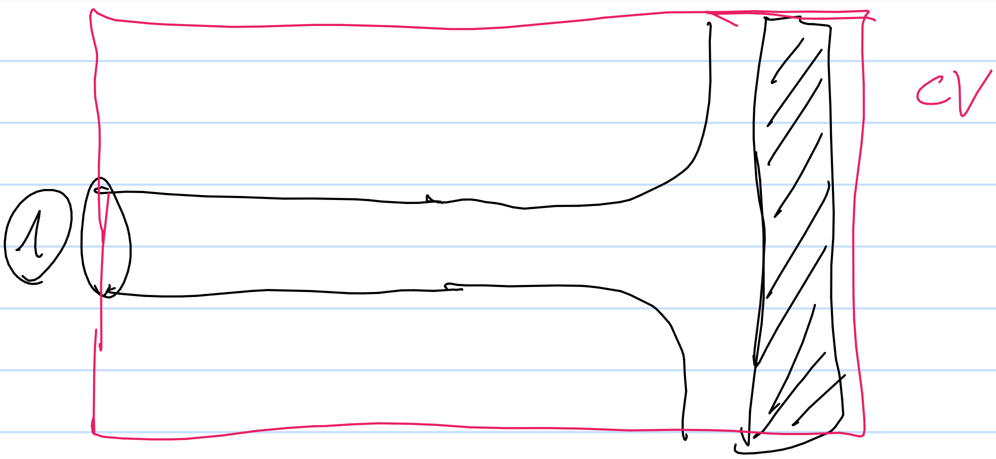
QUESITO 1

$$U_0 A_0 = U_1 A_1 \qquad (\text{CONS MASSA})$$

$$U_1 = U_0 \frac{A_0}{A_1} = U_0 \frac{bl}{b(l - l\cos\beta)}$$

$$= \frac{U_0}{(1-\cos\beta)}$$

QUESITO 2



$$-\rho U_1^2 A_1 = -F_x \qquad (\text{cons QDM } x)$$

$$F_x = \rho U_0^2 / (1-\cos\beta)^2 \; bl (1-\cos\beta)$$

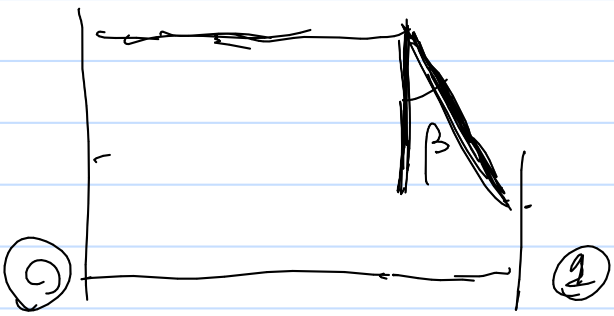
$$= \rho U_0^2 \, bl / (1-\cos\beta)$$

$$\frac{1}{1-\cos\beta} = \frac{F_x}{\rho U_0^2 bl}$$

$$1-\cos\beta = \frac{\rho U_0^2 bl}{F_x}$$

$$\beta = \arccos\left(1 - \frac{\rho U_0^2 bl}{F_x}\right)$$

QUESITO 3



$$\frac{P_0}{\rho} + \frac{U_0^2}{2} + g z = \frac{P_1}{\rho} + \frac{U_1^2}{2} + g z_1$$

$$P_0 = P_{atm} + \rho \left(\frac{U_1^2 - U_0^2}{2} \right) + \rho g (z_1 - z_0)$$

$$= P_{atm} + \frac{\rho}{2} \left(\frac{U_0^2}{(1-\cos\beta)^2} - U_0^2 \right) + \rho g \left(-\frac{l}{2} + \frac{l - l\cos\beta}{2} \right)$$

$$= P_{atm} + \frac{\rho U_0^2}{2} \left(\frac{1}{(1-\cos\beta)^2} - 1 \right) + \rho g l \left(-\frac{1}{2} + \frac{1-\cos\beta}{2} \right)$$

$$= P_{atm} - \boxed{\rho \frac{g l}{2} \cos\beta} + \frac{\rho U_0^2}{2} \left(\frac{1}{(1-\cos\beta)^2} - 1 \right)$$

TERMINE CHE SI POTEVA OMETTERE NEL CASO SI FOSSE TRASCURATO IL PESO DELL' ACQUA