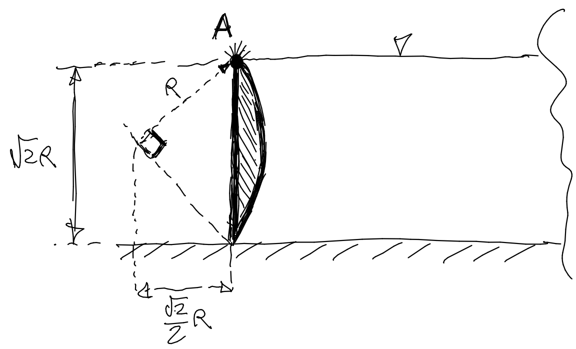
Correzione Esame di Biofluidodinamica del 25/10/2019

Esercizio n. 1

La paratia di peso trascurabile rappresentata in figura è incernierata nel punto A. Sia b l'estensione della paratia in direzione perpendicolare al foglio. 1) Calcolare le forze agenti sulla paratia. 2) Calcolare il momento da applicare all'asse passante per A per mantenere la paratia nella posizione indicata. 3) Calcolare il baricentro della paratia, suggerimento: il braccio della spinta di Archimede rispetto al punto A è anche la coordinata x_b del baricentro.



$$F_y = \rho g R^2 b \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)$$

$$F_x = \rho g R^2 b$$

Applicando le forze nel centro del quarto di cilindro i momenti rispetto al punto A sono

$$M_{Fy} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\rho g R^3 b \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)$$

$$M_{Fx} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\rho g R^3 b$$

Il momento da applicare in A per impedire la rotazione è $-(M_{Fx} + M_{Fy})$

Calcolo del baricentro: i momenti delle forze si possono anche calcolare applicando la forza F_x nel centro di pressione della proiezione della paratia sulla verticale e applicando la forza F_y nel baricentro della paratia.

$$M_{Fx} = -\rho g R^3 b \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$M_{Fy} = \rho g R^2 b \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) x_b$$

Uguagliando i momenti calcolati con i due procedimento ricavo $x_b = \frac{\sqrt{2}}{6}\left(\frac{10-3\pi}{\pi-2}\right)$

Esercizio n. 2

Il flusso di calore dovuto allo scambio termico convettivo si esprime in funzione di un coefficiente di scambio termico h, come segue

$$\dot{Q} = hA\Delta T,$$

dove A è l'area, ΔT è la differenza di temperatura e $[\dot{Q}] = J/s$ è il flusso di calore. La forma adimensionale del coefficiente di scambio termico convettivo h, detto numero di Stanton, è una combinazione di h, della densitá del fluido del calore specifico c_p ($[c_p] = \frac{J}{K Kg}$) e della velocità del fluido. Si derivi l'espressione del numero di Stanton ipotizzando che sia proporzionale ad h.

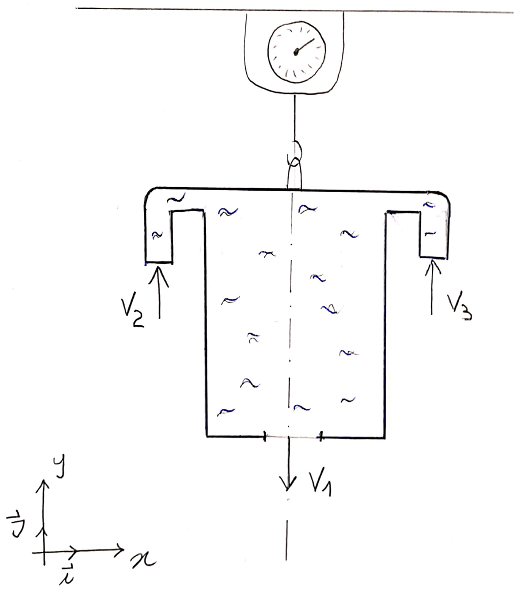
Abbiamo $\Pi_{st} = f(h, \rho, c_p, U)$. Ipotizzando che il numero di Stanton sia proporzionale a h posso scrivere

$$m^0\, kg^0\, s^0\, K^0 = \frac{kg}{s^3 K} \left(\frac{kg}{m^3}\right)^a \left(\frac{m^2}{s^2 K}\right)^b \left(\frac{m}{s}\right)^c$$

Risolvendo ottengo $\Pi_{st} = \frac{h}{\rho c_p U}$

Esercizio n. 3

Il sistema in metallo mostrato in figura è appeso al soffitto tramite una bilancia. Il serbatoio ha uno scarico inferiore (1) ed è mantenuto pieno di liquido dai getti (2) e (3). Sia Vol il volume del serbatoio e si ipotizzi che le sezioni di ingresso e uscita si trovino alla pressione atmosferica p_{atm}. Siano inoltre $A_1 = c\, A_2$ e $A_2 = A_3$ con $c = 2[(g\, Vol)/(V_1^2\, A_1) - 1]$. Calcolare il peso misurato dalla bilancia trascurando la massa del metallo ma considerando il peso del fluido di densità ρ.



Si sceglie un volume di controllo le cui superfici sono in atmosfera, allineate localmente con ingressi ed uscite del fluido, e "taglia" il gancio che connette il sistema alla bilancia. Per simmetria, viene assunto, $V_2 = V_3$. Dalla conservazione della massa:

$$\int_{CS} \rho(\vec{U} \cdot n)\, dS = V_1 A_1 - V_2 A_2 - V_3 A_3 = 0$$

da cui

$$V_1 = 2V_2 \frac{A_2}{A_1}, \quad V_2 = \frac{V_1}{2} \frac{A_1}{A_2}.$$

Dalla conservazione della quantità di moto in direzione $\vec{j}$ ed indicata con $\vec{F}$ la reazione vincolare della bilancia:

$$\int_{CS} \rho(\vec{U} \cdot \vec{j})(\vec{U} \cdot \vec{n})\, dS = +\rho g \int_{CV} (-\vec{j} \cdot \vec{j})\, dV + \vec{F} \cdot \vec{j} - \int_{CS} (p - p_{atm})\, \vec{n} \cdot \vec{j}\, dS$$

$$\rho(-V_1)(V_1)A_1 + \rho(V_2)(-V_2)A_2 + \rho(V_3)(-V_3)A_3 = -\rho g\, Vol + F_y$$

$$F_y = -\rho V_1^2 A_1 + \rho g\, Vol - 2\rho V_2^2 A_2 = -\rho V_1^2 A_1 + \rho g\, Vol - \rho V_1^2 A_1 \frac{c}{2}.$$

sostituendo c:

$$F_y = -\rho V_1^2 A_1 + \rho g\, Vol - \rho V_1^2 A_1 \left(\frac{g\, Vol}{V_1^2 A_1} - 1\right) = 0$$