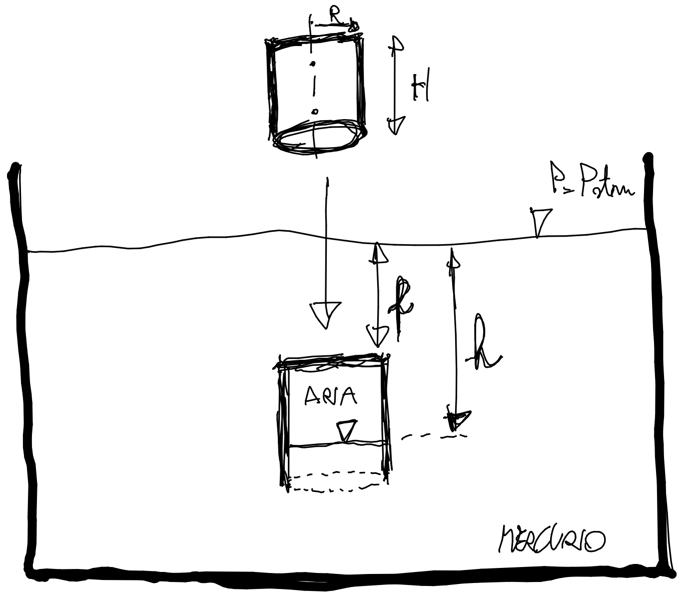
IMPORTANTE
L'elaborato deve essere scritto a penna. Su ogni foglio consegnato, sulla prima facciata, deve essere indicato il proprio nome cognome e numero di matricola. Fogli non identificabili e parti scritte a matita non verranno corrette. E' vietato l'uso di qualsiasi mezzo di comunicazione (ad esempio telefoni cellulari) nonchè di formulari durante l'esame.

La prova orale è obbligatoria per gli studenti che dovessero ottenere una valutazione inferiore o uguale a 20/30 allo scritto.

Esame di Biofluidodinamica del 05/07/2019

Esercizio n. 1

Un bicchiere a sezione circolare (R=2.5cm, H=10cm) viene immerso rivolto verso il basso in un recipiente contenente mercurio ($\rho_{Hg} = 13579 \frac{kg}{m^3}$) in modo che all'interno del bicchiere rimanga intrappolata dell'aria. Ipotizzando che l'aria all'interno del bicchiere subisca una trasformazione isoterma ($\frac{p}{\rho} = const$) e che il fondo del bicchiere sia portato ad una profondità $f = 10cm$ calcolare la profondità h del pelo libero (interfaccia mercurio/aria) all'interno del bicchiere. Si calcoli la forza necessaria a mantenere il bicchiere alla profondità indicata.



Indico con pedice a la condizione iniziale e con pedice b la condizione con bicchiere immerso. L'area di base del bicchiere sia $A = \pi R^2$. Per la conservazione della massa

$$\rho_a AH = \rho_b A(h - f)$$

Per definizione di trasformazione isoterma abbiamo

$$\frac{p_a}{\rho_a} = \frac{p_b}{\rho_b}$$

dove $p_a = p_{atm}$ e $p_b = p_{atm} + \rho_{Hg} g h$.

Ricavando l'espressione di ρ_b dalla conservazione della massa e sostinuendo

$$\frac{p_{atm}}{\rho_a} = \frac{p_{atm} + \rho_{Hg} g h}{\rho_a \frac{H}{h-f}}$$

Rielaborando

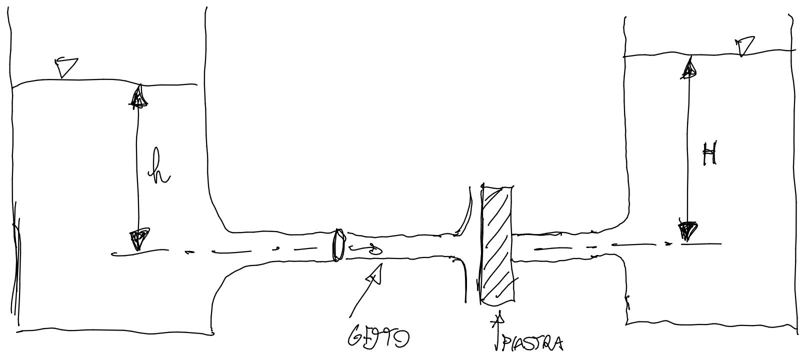
$$h^2 + \left(\frac{p_{atm}}{\rho_{Hg} g} - f \right) h - \frac{p_{atm}}{\rho_{Hg} g}(f + H) = 0$$

Da cui ricavo $h \simeq 0.18$.

Il modulo della forza di Archimede vale $F = \rho_{Hg} g A(h - f)$ e, trascurando il peso del bicchiere e dell'aria, è uguale al modulo della forza necessaria a mantenere il bicchire alla profondità indicata.

Esercizio n. 2

Due larghi recipienti contenenti acqua hanno ugelli di sbocco opportunamente raccordati aventi la medesima sezione di passaggio. Un getto di liquido fuoriesce dall'ugello del recipiente di sinistra e impatta su una piastra verticale posta in modo da occludere lo sbocco dell'ugello del recipiente di destra. Si determini il valore minimo dell'altezza h tale per cui la piastra rimanga nella posizione indicata.



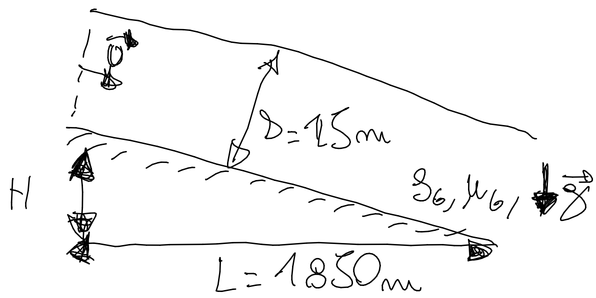
Applicando la conservazione del trinomio di Bernoulli tra il pelo libero e lo sbocco dell'ugello per il recipiente di sinistra ottengo $U_1 = \sqrt{2gh}$. Applicando la conservazione della quantità di moto in direzione x per un volume di controllo contenente la piastra le cui superfici di controllo sono poste in corrispondenza dello sbocco degli ugelli, ottengo

$$-\rho 2ghA = -\rho g H A - F$$

dove F è la forza scambiata tra la piastra e la parte terminale del condotto dell'ugello di destra. La condizione di minimo per h si ha quando F = 0. Ottengo quindi $h = \frac{H}{2}$.

Esercizio n. 3

Il vostro professore preferito è appassionato di arrampicata per cui esiste la possibilità che cada nel crepaccio di un ghiacciaio. Se la sventura accadesse all'inizio delle lezioni e il professore rimanesse intrappolato in un ghiacciaio che scivola lentamente verso il fondo valle avete la curiosità di sapere se il professore possa essere recuperato a valle entro la fine dell'anno accademico. Assumendo che il ghiaccio sia un fluido Newtoniano avente la stessa densità della glicerina ma un milione di volte più viscoso, decidete di realizzare un modello in glicerina e utilizzare la teoria della similitudine per stimare quando il professore potrebbe ricomparire. Si assuma che il letto del ghiacciaio abbia uno spessore di $15m$ e che il dislivello sia $1.5m$ su una distanza orizzontale di $1850m$. Si usi l'analisi dimensionale per determinare i gruppi adimensionali del problema. Se il professore nell'esperimento in laboratorio ricompare dopo 9.6 ore dopo quanto dovreste recarvi a fondo valle per prestare soccorso al professore.



La relazione dimensionale si puo' scrivere

$$U = f(\rho, g, \mu, L)$$

dove U è la velocità di scivolamento del ghiaccio verso valle, oppure

$$t = f(\rho, g, \mu, L)$$

dove t è il tempo necessario a raggiungere il fondo valle. Si noti che, data la necessità di soddisfare la similitudine geometrica, è sufficiente considerare una sola lunghezza caratteristica.

Considerando il tempo come variabile dipendente e scegliendo come variabili ripetute ρ, g, L ottengo $\Pi_1 = \frac{t\, g^{1/2}}{L^{1/2}}$, si noti che moltiplicando e dividendo per $g^{1/2}$ ottengo il numero di Froude, e $\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho g^{1/2} L^{3/2}}$, cioè una scrittura simile al numero di Reynolds.

Utilizzo pedice g per il ghiaccio e pedice m per il modello. Imponendo l'uguaglianza di Π_2 ottengo

$$L_m = L_g \left(\frac{\mu_m}{\mu_g} \right)^{2/3}$$

Imponendo l'uguaglianza di Π_1 ottengo

$$\frac{t_m}{t_g} = \left(\frac{L_m}{L_g} \right)^{1/2} = \left(\frac{\mu_m}{\mu_g} \right)^{1/3} = \frac{1}{100}$$

Esercizio n. 4

Si presenti la soluzione analitica di Poiseuille per il flusso in condotti cilindrici a sezione costante.