IMPORTANTE

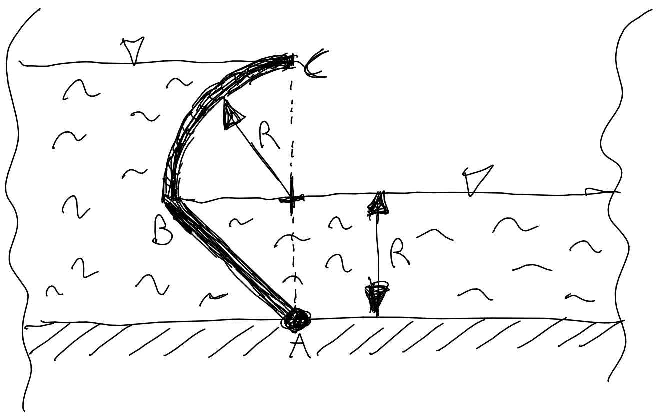
L'elaborato deve essere scritto a penna. Su ogni foglio consegnato, sulla prima facciata, deve essere indicato il proprio nome cognome e numero di matricola. Fogli non identificabili e parti scritte a matita non verranno corrette. E' vietato l'uso di qualsiasi mezzo di comunicazione (ad esempio telefoni cellulari) nonchè di formulari durante l'esame.

La prova orale è obbligatoria per gli studenti che dovessero ottenere una valutazione inferiore o uguale a 20/30 allo scritto.

Esame di Biofluidodinamica del 14/01/2019

Esercizio n. 1

La paratia rappresentata in figura è libera di ruotare intorno alla cerniera A e separa due bacini contenenti lo stesso fluido di densità ρ. Il peso della paratia sia trascurabile e sia b l'estensione della paratia in direzione perpendicolare al foglio. Calcolare: 1) la forza idrostatica risultante agente sulla paratia, 2) il momento dovuto alle forze idrostatiche (rispetto al punto A).



Soluzione:
Forze

$$F_O^{\text{Ris}} = F_O^{\text{Left}} - F_O^{\text{Right}} = 2\rho g b R^2 - \frac{1}{2}\rho g b R^2 = \frac{3}{2}\rho g b R^2$$

$$F_V^{\text{Ris}} = F_V^{\text{Left}} - F_V^{\text{Right}} = \rho g b \frac{\pi R^2}{4}$$

Momento tratto BC calcolato come il momento della forza orizzontale agente sul tratto BC applicata in O:

$$M_{F_O^{BC}}^{Left} = -\rho g \frac{R}{2} R b R = -\rho g \frac{R^3}{2} b$$

$$M_{F_V^{BC}}^{Left} = 0 \quad \text{(braccio nullo)}$$

Momento tratto AB. La pressione idrostatica risultante agente sul tratto AB è costante e vale $P^{\text{Ris}} = \rho g R$. Calcolo il momento delle forze orizzontali (risp. verticali) agenti sulla proiezione di AB sulla verticale (risp. orizzontale).

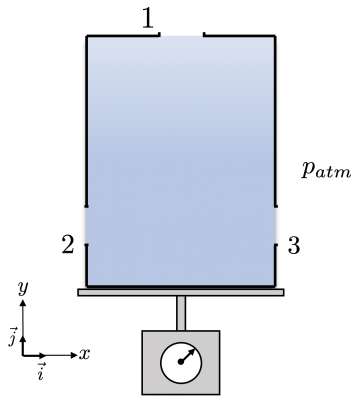
$$M_{F_V^{AB}}^{\text{Left+Right}} = M_{F_O^{AB}}^{\text{Left+Right}} = -\rho g R R b \frac{R}{2} = -\rho g \frac{R^3}{2} b$$

Quindi

$$M^{Ris}_{ABC} = M^{Left}_{F^{BC}_O} + M^{\text{Left+Right}}_{F^{AB}_V} + M^{\text{Left+Right}}_{F^{AB}_O} = -\frac{3}{2}\rho g R^3 b$$

Esercizio n. 2

Un serbatoio di metallo di massa $m_t = 2.5kg$ è posizionato su di una bilancia. Dell'acqua ($\rho_w = 1000kg/m^3$) fluisce attraverso il serbatoio entrando da un'apertura superiore (1) ed uscendo in atmosfera da due aperture laterali ed opposte (2, 3). Le aree delle aperture sono $A_1 = A_2 = A_3 = 0.01m^2$ mentre il serbatoio è alto $h_t = 60cm$ e la sua area trasversale è $A_t = 0.1m^2$. Il flusso in ingresso è a pressione atmosferica e ha una velocità $\vec{U}_1 = -3\vec{j}\, m/s$. Si assuma un processo stazionario. Quanto vale la misurazione della bilancia?



Applicando il principio di conservazione della quantità di moto lungo y e definendo con R_y la reazione esercitata dalla bilancia sul serbatoio dovuta all'azione del fluido, possiamo scrivere

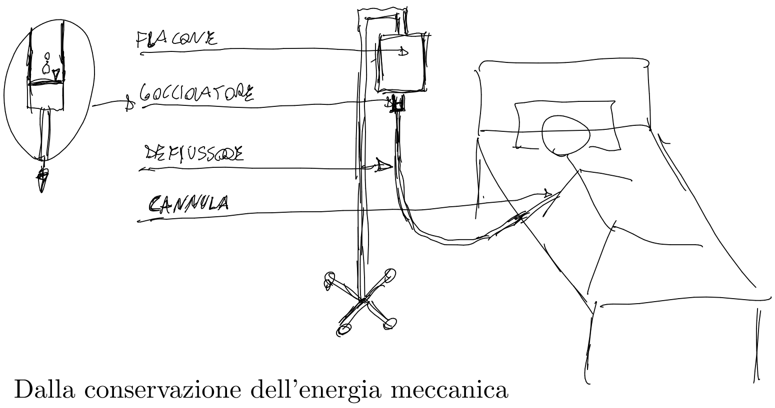
$$\vec{R}_y = \rho_w g A_t h_t(\vec{j}) + \rho_w U_1^2 A_1(\vec{j}) = 588.6(\vec{j}) + 90(\vec{j}) = 678.6(\vec{j})N.$$

La forza complessiva scaricata dal sistema fluido e dal serbatoio sulla bilancia è quindi pari a

$$\vec{F}_y = -\vec{R}_y + \vec{F}_t = -\vec{R}_y + m_t g(-\vec{j}) = 678.6(-\vec{j}) + 24.525(-\vec{j}) = 703.125(-\vec{j})N.$$

Esercizio n. 3

La terapia endovenosa consiste nell'infusione di sostanze liquide direttamente in vena. Il sistema é composto da flacone, deflussore (tubo in plastica) con camera di gocciolamento (posta immediatamente a valle del flacone) e cannula di infusione. L'ago della cannula, di diametro $D_c = 0.75mm$ è lungo $3.2cm$ mentre il tubo deflussore, di diametro $D_t = 2.5mm$, è lungo $150cm$. La differenza di quota tra la camera di gocciolamento e il braccio del paziente sia $125cm$. Si supponga di infondere una soluzione fisiologica avente viscosità e densità simili quelle dell'acqua ($\rho = 1g/cm^3$, $\mu = 8.94 * 10^{-3}\frac{g}{cm\,s}$), si assuma una pressione venosa relativa $P_v^{\text{rel}} = 15mmHg = 20000\frac{g}{cm\,s^2}$ e regime di moto laminare. Considerando le perdite distribuite nel deflussore e nella cannula stimare la portata di infusione e verificare l'assunzione di moto laminare.



Soluzione: Dalla conservazione dell'energia meccanica

$$-\left(\frac{U_t^2}{2g}+\frac{P_{atm}}{\rho g}+z_g\right)+\left(\frac{U_c^2}{2g}+\frac{P_v^{\text{rel}}+P_{atm}}{\rho g}+z_v\right)=-\frac{\Delta P_{fv}}{\rho g}$$

dove U_c è la velocità nella cannula, U_t la velocità nel tubo, z_v la quota del braccio e z_g la quota del pelo libero del gocciolatore che si trova a pressione atmosferica, notare che devo usare la pressione venosa assoluta. Rielaboro

$$\frac{U_c^2-U_t^2}{2g}+\frac{P_v^{\text{rel}}}{\rho g}-(z_g-z_v)+\frac{\Delta P_{fv}}{\rho g}=0.$$

Le perdite di carico distribuite in funzione della portata si scrivono

$$\Delta P_{fv}=f\frac{L}{D}\frac{\rho U^2}{2}=\frac{64}{Re}\frac{L}{D}\frac{\rho U^2}{2}=\frac{128\mu L\dot{m}}{\rho\pi D^4}$$

Considero le perdite di carico nella cannula e nel tubo

$$\Delta P_{fv}=\frac{128\mu\dot{m}}{\rho^2\pi g}\left(\frac{L_c}{D_c^4}+\frac{L_t}{D_t^4}\right).$$

Con

$$\frac{U_c^2-U_t^2}{2g}=\frac{8\dot{m}^2}{\rho^2\pi^2 g}\left(\frac{1}{D_c^4}-\frac{1}{D_t^4}\right)$$

ottengo un'equazione di secondo grado per $\dot{m}$

$$\frac{8\dot{m}^2}{\rho^2\pi^2 g}\left(\frac{1}{D_c^4}-\frac{1}{D_t^4}\right)+\frac{128\mu\dot{m}}{\rho^2\pi g}\left(\frac{L_c}{D_c^4}+\frac{L_t}{D_t^4}\right)+\frac{P_v}{\rho g}-(z_g-z_v)=0.$$

I coefficienti dell'equazione sono $a=25.9cm$, $b=51.81cm$ e $c=-104.61cm$ da cui ottengo $\dot{m}=1.245g/s$ e $Re=2364$ nell'ago della cannula.