Correzione compito di biofluidodinamica del 12/07/2018

Esercizio 1

Lato sinistro

$$F_{L,x} = \rho g(h+R)2Rb$$

$$F_{L,y} = \rho g \frac{\pi R^2}{2} b$$

Lato destro

$$F_{R,x} = -\rho g R 2Rb$$

$$F_{R,y} = \rho g \frac{\pi R^2}{4} b$$

Momenti lato sinistro (applico le forze all'asse del quarto di cilindro)

$$M_{F_{L,y}} = 0$$

$$M_{F_{L,x}} = 2\rho g b(h+R)R^2$$

Momenti lato destro

$$M_{F_{R,y}} = \rho g b \frac{\pi R^2}{4} \frac{4}{3} \frac{R}{\pi} = \rho g b \frac{R^3}{3}$$

$$M_{F_{R,x}} = -2\rho g b R^2 \frac{2}{3} 2R$$

Momento dovuto alla massa m

$$M_m = -mg\frac{R}{2}$$

Dall'equilibrio dei momenti

$$m = \frac{2\rho g b}{3g}(6(h+R)R - 7R^2) = \frac{10}{3}\rho b R^2$$

dove ho utilizzato il dato $h = R$

Esercizio 2

Il gruppo adimensionale che, data la similitudine geometrica, determina la similitudine completa é $\pi = \frac{D}{\omega}\sqrt{\frac{\gamma}{m}}$. Imponendo l'uguaglianza di π per modello e prototipo ottengo $\frac{\omega_m}{\omega_p} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m_p}{m_m}}$

Esercizio 3

Dalla conservazione dell'energia totale nel ramo superiore (ramo 1, tratto AB) ottengo

$$\dot{m}_1\left(e_{\mathrm{int},A} + \frac{U_1^2}{2} + \frac{P_A}{\rho} + gz_A\right) = \dot{m}_1\left(e_{\mathrm{int},B1} + \frac{U_1^2}{2} + \frac{P_B}{\rho} + gz_B\right)$$

Dalla conservazione dell'energia totale nel ramo inferiore (ramo 2, tratto AB) ottengo

$$\dot{m}_2\left(e_{\mathrm{int},A} + \frac{U_2^2}{2} + \frac{P_A}{\rho} + gz_A\right) + \dot{W}_s = \dot{m}_2\left(e_{\mathrm{int},B2} + \frac{U_2^2}{2} + \frac{P_B}{\rho} + gz_B\right)$$

Dove ho usato la conservazione della massa per ottenere che U_1 e U_2 sono constanti lungo il ramo 1 e 2, rispettivamente, e il fatto che le condotte sono in parallelo per stabilire che differenza di pressione $P_A - P_B$ nei due rami è la medesima. Nel ramo 2, con $e_{\mathrm{int},A} - e_{\mathrm{int},B2} = f_2\frac{L_2}{D_2}\frac{U_2^2}{2}$ ottengo

$$\frac{P_A - P_B}{\rho} = f_2\frac{L_2}{D_2}\frac{U_2^2}{2} - \frac{\dot{W}_s}{\rho\dot{Q}_2}$$

Analogamente nel ramo 1

$$\frac{P_A - P_B}{\rho} = f_1\frac{L_1}{D_1}\frac{U_1^2}{2}$$

Nel ramo 2 posso calcolare $U_2 = \frac{\dot{Q}_2}{A_2}$, $Re_2 = \frac{\rho U_2 D_2}{\mu} = 1.43 * 10^6$, $\epsilon_{2r} = \frac{\epsilon}{D}$ e ricavare $f_2 = 0.028$ con l'abaco di Moody. Dall'equazione per il ramo 2 ricavo ora

$$\frac{P_A - P_B}{\rho} = 1112.7 m^2/s^2$$

Posso ora utilizzare questo risultato nel ramo 1 per ricavare

$$U_1 = \sqrt{\frac{2}{f_1}\frac{(P_A - P_B)}{\rho}\frac{D_1}{L_1}}$$

Siccome f_1 dipende da U_1 tramite Re_1 devo utilizzare una procedura iterativa. Ipotizzando $f_1 = f_2$ come primo tentativo convergo rapidamente a $f_1 = 0.027$ e $U_1 = 8.3 m/s$. Quindi $\dot{Q}_1 = 0.0163 m^3/s$ e $\dot{Q}_{tot} = 0.0356 m^3/s$.