

Compito di Biofluidodinamica del 25 Gennaio 2018
Correzione prova scritta

Problema n. 1

Fluido di sinistra (momenti positivi uscenti)

$$F_V = \rho g R h b$$

$$M_{F_V} = \frac{1}{2} \rho g R^2 h b$$

$$F_O = \rho g b R \left(h + \frac{R}{2} \right)$$

$$M_{F_O} = \rho g b R^2 \left(\frac{h}{2} + \frac{R}{3} \right)$$

$$M_{left} = M_{F_V} + M_{F_O} = \rho g b R^2 \left(h + \frac{R}{3} \right)$$

Fluido di destra (momenti positivi uscenti)

$$F_O = \rho g \frac{R}{2} R b$$

$$M_{F_V} = 0$$

$$M_{right} = M_{F_O} = -\rho g b \frac{R^3}{2}$$

Imponendo $M_l + M_r = 0$ ottengo $h = \frac{R}{6}$ (6pt). Non è possibile usare la legge di Archimede per il calcolo della forza verticale, a meno che il pelo libero dei due bacini sia alla stessa quota (1pt).

Problema n. 2

Per lavorare in similitudine

$$Re_m = Re_p \tag{1}$$

$$\frac{\rho_m U_m D_m}{\mu_m} = \frac{\rho_p U_p D_p}{\mu_p} \tag{2}$$

$$\frac{\rho_m \frac{Q_m}{A_m} D_m}{\mu_m} = \frac{\rho_p \frac{Q_p}{A_p} D_p}{\mu_p} \tag{3}$$

Risolvendo con $Q_m = 2Q_p$ e $D_p = 4D_m$ ottengo $\frac{\mu_p}{\mu_m} = \frac{1}{8}$ (3pt). Imponendo l'uguaglianza del numero di Eulero ottengo

$$\frac{\Delta P_m}{\Delta P_p} = \frac{\rho_m U_m^2}{\rho_p U_p^2} = \left(\frac{Q_m A_p}{Q_p A_m} \right)^2 = \left(\frac{Q_m D_p^2}{Q_p D_m^2} \right)^2 = 1024 \text{ (3pt)}$$

Problema n. 3

Eguagliando le pressioni nei due rami del manometro alla quota dell'interfaccia acqua-mercurio, ottengo

$$h = \frac{P_1 - P_{atm} + \rho_{H_2O} g H}{\rho_{Hg} g}$$

Dalla conservazione della massa

$$U_2 = U_1 \frac{A_1}{A_2} = U_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 = 512 \text{ cm/s}$$

Dalla conservazione del trinomio di Bernoulli tra le sezioni 1 e 2

$$P_1 - P_{atm} = \rho_{H_2O} \left(g(z_2 - z_1) + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} \right) \simeq 42.4 \text{ kPa}$$

Sostituendo nella formula per h si ottiene $h \simeq 36 \text{ cm}$ (6pt)

Problema n. 4

Considero pedice 2 in corrispondenza della sezione di scarico del tubo e pedice 1 in corrispondenza del pelo libero del serbatoio

$$U_2 = Q/A = 0.604 \text{ m/s}$$

Dalla conservazione dell'energia (oppure considerando Bernoulli generalizzato tra 1 e 2)

$$-\left(\frac{U_1^2}{2} + gz_1 + \frac{P_1}{\rho} \right) + \left(\frac{U_2^2}{2} + gz_2 + \frac{P_2}{\rho} \right) = -\frac{\Delta P_f}{\rho}$$

Con $P_1 = P_2 = P_{atm}$ e $U_1^2 \simeq 0$, ottengo

$$g\Delta z - \frac{U_2^2}{2} = \frac{\Delta P_f}{\rho}$$

La caduta di pressione dovuta alle perdite distribuite nel tubo verticale

$$\Delta P_f = f \frac{L}{D} \frac{\rho U^2}{2} = \frac{64}{Re} \frac{L}{D} \frac{\rho U^2}{2} = \frac{32LU\mu}{D^2}$$

Quindi

$$\mu = \frac{\left(g\Delta z - \frac{U^2}{2} \right) \rho D^2}{32LU} = 0.00257 \text{ (6pt)}$$

dove ho usato $\Delta z = 42$ e $L = 30$.

Domanda di teoria (6pt)