Soluzione Esercizio 1

```
> restart;
```

a) Calcoliamo le funzioni di domanda del fattore lavoro e del fattore capitale condizionate a q. Sappiamo che il punto di ottimo per l'impresa, dal lato della produzione, corrisponde ad un punto dove l'isocosto è tangente all'isoquanto q, dove q rappresenta l'output. Abbiamo quindi due condizioni da rispettare:

```
> prod:=2*L^(1/4)*K^(3/4);
```

$$prod := 2\, L^{1/4}\, K^{3/4}$$

```
> prod_marg_L:=diff(prod,L);
```

$$prod\_marg\_L := \frac{1}{2}\, \frac{K^{3/4}}{L^{3/4}}$$

```
> prod_marg_K:=diff(prod,K);
```

$$prod\_marg\_K := \frac{3}{2}\, \frac{L^{1/4}}{K^{1/4}}$$

```
> STS:=-prod_marg_L/prod_marg_K;
```

$$STS := -\frac{1}{3}\, \frac{K}{L}$$

```
> tangency_condition:=STS=-w/r;
```

$$tangency\_condition := -\frac{1}{3}\, \frac{K}{L} = -\frac{w}{r}$$

```
> efficient_production:=prod=q;
```

$$efficient\_production := 2\, L^{1/4}\, K^{3/4} = q$$

Risolviamo la prima condizione per K

```
> solve(tangency_condition,K);
```

$$\frac{3\, w\, L}{r}$$

```
> K:=%;
```

$$K := \frac{3\, w\, L}{r}$$

La seconda condizione diventa

```
> eq2:=2*L*3^(3/4)*w^(3/4)*r^(-3/4)=q;;
```

$$eq2 := \frac{2\, L\, 3^{3/4}\, w^{3/4}}{r^{3/4}} = q$$

```
> solve(eq2,L);
```

$$\frac{1}{6}\, \frac{q\, r^{3/4}\, 3^{1/4}}{w^{3/4}} \qquad (1)$$

```
> L:=%;
```

$$L := \frac{1}{6} \frac{q\, r^{3/4}\, 3^{1/4}}{w^{3/4}}$$

```
> K;
```

$$\frac{1}{2} \frac{w^{1/4}\, q\, 3^{1/4}}{r^{1/4}}$$

Abbiamo ottenuto le due domande condizionate di L e K.

b) Determiniamo la funzione di costo totale.

```
> costo_totale:=w*L+r*K;
```

$$costo\_totale := \frac{2}{3}\, w^{1/4}\, q\, r^{3/4}\, 3^{1/4}$$

Possiamo a questo punto calcolare la funzione di costo medio (AC) e di costo marginale (MC)

```
> AC:=costo_totale/q;
```

$$AC := \frac{2}{3}\, w^{1/4}\, r^{3/4}\, 3^{1/4}$$

```
> MC:=diff(costo_totale,q);
```

$$MC := \frac{2}{3}\, w^{1/4}\, r^{3/4}\, 3^{1/4}$$

c) Se l'innovazione cambia la funzione di produzione dobbiamo ripetere tutto il procedimento

```
> restart;
> prod:=16*L^(1/4)*K^(3/4);
```

$$prod := 16\, L^{1/4}\, K^{3/4}$$

```
> prod_marg_L:=diff(prod,L);
```

$$prod\_marg\_L := \frac{4\, K^{3/4}}{L^{3/4}}$$

```
> prod_marg_K:=diff(prod,K);
```

$$prod\_marg\_K := \frac{12\, L^{1/4}}{K^{1/4}}$$

```
> STS:=-prod_marg_L/prod_marg_K;
```

$$STS := -\frac{1}{3} \frac{K}{L}$$

```
> tangency_condition:=STS=-w/r;
```

$$tangency\_condition := -\frac{1}{3} \frac{K}{L} = -\frac{w}{r}$$

```
> efficient_production:=prod=q;
```

$$efficient\_production := 16\, L^{1/4}\, K^{3/4} = q$$

Risolviamo la prima condizione per K

```
> solve(tangency_condition,K);
```

$$\frac{3\,w\,L}{r}$$

```
> K:=%;
```

$$K := \frac{3\,w\,L}{r}$$

La seconda condizione diventa

```
> eq2:=16*L*3^(3/4)*w^(3/4)*r^(-3/4)=q;
```

$$eq2 := \frac{16\,L\,3^{3/4}\,w^{3/4}}{r^{3/4}} = q$$

```
> solve(eq2,L);
```

$$\frac{1}{48}\,\frac{q\,r^{3/4}\,3^{1/4}}{w^{3/4}}$$

```
> L:=%;
```

$$L := \frac{1}{48}\,\frac{q\,r^{3/4}\,3^{1/4}}{w^{3/4}}$$

```
> K;
```

$$\frac{1}{16}\,\frac{w^{1/4}\,q\,3^{1/4}}{r^{1/4}}$$

Abbiamo ottenuto le due domande condizionate di L e K. Determiniamo la funzione di costo totale.

```
> costo_totale:=w*L+r*K;
```

$$costo\_totale := \frac{1}{12}\,w^{1/4}\,q\,r^{3/4}\,3^{1/4}$$

$$> \; evalf\left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{16}}\right);$$

$$10.66666667 \qquad \textbf{(2)}$$

Il costo totale si riduce di circa 10 volte.

```
>
```

Soluzione esercizio 2

a) L'equilibrio in assenza di imposte è dato dal punto di cui D = S.

```
> restart;
> domanda:=5000-(1/5)*p;
```

$$domanda := 5000 - \frac{1}{5}\, p$$

```
> offerta:=2000+(1/10)*p;
```

$$offerta := 2000 + \frac{1}{10}\, p$$

```
> equilibrio_mercato:=solve(domanda=offerta, p);
```

$$equilibrio\_mercato := 10000$$

```
> p:=%;
```

$$p := 10000$$

```
> domanda;
```

$$3000$$

b) Se il Governo impone una tassa unitaria sulle vendite a carico del produttore pari a 750, la funzione di domanda rimane invariata, mentre si modifica la funzione di offerta

```
> restart;
> domanda:=5000-(1/5)*pd;
```

$$domanda := 5000 - \frac{1}{5}\, pd$$

```
> offerta:=2000+(1/10)*ps;
```

$$offerta := 2000 + \frac{1}{10}\, ps$$

```
> pd:=ps+750;
```

$$pd := ps + 750$$

```
> domanda, offerta;
```

$$4850 - \frac{1}{5}\, ps,\ 2000 + \frac{1}{10}\, ps$$

```
> solve(domanda=offerta, ps);
```

$$9500$$

```
> evalf(%);
```

$$9500.$$

```
> ps:=%;
```

$$ps := 9500.$$

```
> pd;
```

$$10250.$$

```
> domanda;
```

$$2950.000000$$

```
> offerta;
```

$$2950.000000$$

c)

```
> gettito_fiscale:=(pd-ps)*domanda;
```

$$gettito\_fiscale := 2.212500000\ 10^6$$

Il rapporto di incidenza è dato da

```
> rapporto_incidenza:=(pd-10000)/(10000-ps);
```

$$rapporto\_incidenza := 0.5000000000$$

```
>
```

Soluzione Esercizio 4

```
> restart;
> Invest:=50;
```

$$Invest := 50$$

```
> C:=5+0.8*Yd;
```

$$C := 5 + 0.8\ Yd$$

```
> G:=40;
```

$$G := 40$$

```
> t:=0.25;
```

$$t := 0.25$$

```
> TR:=20;
```

$$TR := 20$$

a) Calcolo del PIL. Sappiamo che la DA in equilibrio è uguale al reddito, e che DA = C + I + G. Inoltre sappiamo che Yd = (1-t)Y + TR. Quindi la funzione del consumo privato è data da:

```
> Yd:=(1-t)*Y+TR;
```

$$Yd := 0.75\ Y + 20$$

```
> C;
```

$$21.0 + 0.600\ Y$$

Pertanto la DA è data da

```
> DA:=C+Invest+G;
```

$$DA := 111.0 + 0.600\ Y$$

Il mercato dei beni è in equilbrio quando DA = Y. Quindi

```
> equilibrio_beni:=DA=Y;
```

$$equilibrio\_beni := 111.0 + 0.600\ Y = Y$$

```
> solve(equilibrio_beni, Y);
```

$$277.5000000$$

```
> Y:=%;
```

$$Y := 277.5000000$$

```
> T:=t*Y;
```

$$T := 69.37500000$$

```
> bilancio_statale:=T-G-TR;
```

$$bilancio\_statale := 9.37500000$$

b) Occorre aumentare il reddito e quindi il PIL al livello di piena occupazione. Quindi Y = 300. La spesa pubblica G diventa un incognita. Pertanto

```
> restart;
> Y:=300;
```

$$Y := 300$$

```
> Invest:=50;
```

$$Invest := 50$$

```
> C:=5+0.8*Yd;
```

$$C := 5 + 0.8\, Yd$$

```
> t:=0.25;
```

$$t := 0.25$$

```
> TR:=20;
```

$$TR := 20$$

Il reddito disponibile è pertanto

```
> Yd:=(1-t)*Y+TR;
```

$$Yd := 245.00$$

Mentre la domanda aggregata tiene conto della spesa pubblica come incognita

```
> DA:=C+Invest+G;
```

$$DA := 251.000 + G$$

Il nuovo equilibrio di piena occupazione viene raggiunto quando G soddisfa la comdizione DA = 300.

```
> equilibrio_beni:=DA=Y;
```

$$equilibrio\_beni := 251.000 + G = 300$$

```
> solve(equilibrio_beni,G);
```

$$49.$$

```
> G:=%;
```

$$G := 49.$$

```
> T:=t*Y;
```

$$T := 75.00$$

```
> bilancio_statale:=T-G-TR;
```

$$bilancio\_statale := 6.00$$

L'incremento di spesa pubblica è pari a 9, e questo comporta una riduzione del surplus di bilancio, che passa da 9.375 a 6.

c) In questo caso non viene utilizzata la leva della spesa pubblica ma quella dei trasferimenti. Quindi Y = 300, G = 40, mentre TR diventa un incognita. Il procedimento è simile a quello del punto b)

```
> restart;
> Y:=300;
```

$$Y := 300$$

```
> Invest:=50;
```

$$Invest := 50$$

```
> C:=5+0.8*Yd;
```

$$C := 5 + 0.8\, Yd$$

```
> t:=0.25;
```

$$t := 0.25$$

```
> G:=40;
```

$$G := 40$$

Il reddito disponibile è

```
> Yd:=(1-t)*Y+TR;
```

$$Yd := 225.00 + TR$$

La domanda aggregata ha TR come incognita

```
> DA:=C+Invest+G;
```

$$DA := 275.000 + 0.8\ TR$$

IL nuovo equilibrio di piena occupazione viene raggiunto quando TR soddisfa la condizione DA = 300

```
> equilibrio_beni:=DA=Y;
```

$$equilibrio\_beni := 275.000 + 0.8\ TR = 300$$

```
> solve(equilibrio_beni,TR);
```

$$31.25000000$$

```
> TR:=%;
```

$$TR := 31.25000000$$

```
> T:=t*Y;
```

$$T := 75.00$$

```
> bilancio_statale:=T-G-TR;
```

$$bilancio\_statale := 3.75000000$$

I trasferimenti aumentano di 11.25, ed il bilancio statale peggiora da 9.375 a 3.750. Tale peggioramento è superiore a quello che si ottiene con l'incremento di G perché i TR sono meno efficaci nell'influenzare la spesa pubblica.

d) Occorre utilizzare t come incognita. Si imposta quindi innanzitutto la condizione di equilibrio tra DA e Y.

```
> restart;
> Invest:=50;
```

$$Invest := 50$$

```
> C:=5+0.8*Yd;
```

$$C := 5 + 0.8\ Yd$$

```
> G:=40;
```

$$G := 40$$

```
> TR:=31.25;
```

$$TR := 31.25$$

```
> Yd:=(1-t)*Y+TR;
```

$$Yd := (1 - t)\ Y + 31.25$$

```
> DA:=C+Invest+G;
```

$$DA := 120.000 + 0.8\ (1 - t)\ Y$$

```
> equilibrio_beni:=DA=Y;
```

$$equilibrio\_beni := 120.000 + 0.8\ (1 - t)\ Y = Y$$

Inoltre impostiamo una seconda equazione, che deve garantire un ritorno del deficit di bilancio a 9.375.

```
> T:=t*Y;
```

$$T := t\,Y$$

```
> bilancio_statale:=T-G-TR=9.375;
```

$$bilancio\_statale := t\,Y - 71.25 = 9.375$$

```
> solve({equilibrio_beni,bilancio_statale},{Y,t});
```

$$\{Y = 277.5000000,\ t = 0.2905405405\}$$

```
>
```

Il PIL diminuisce di 22.5 e torna alla situazione iniziale, mentre l'aliquota di imposta sale di 4 punti percentuali.