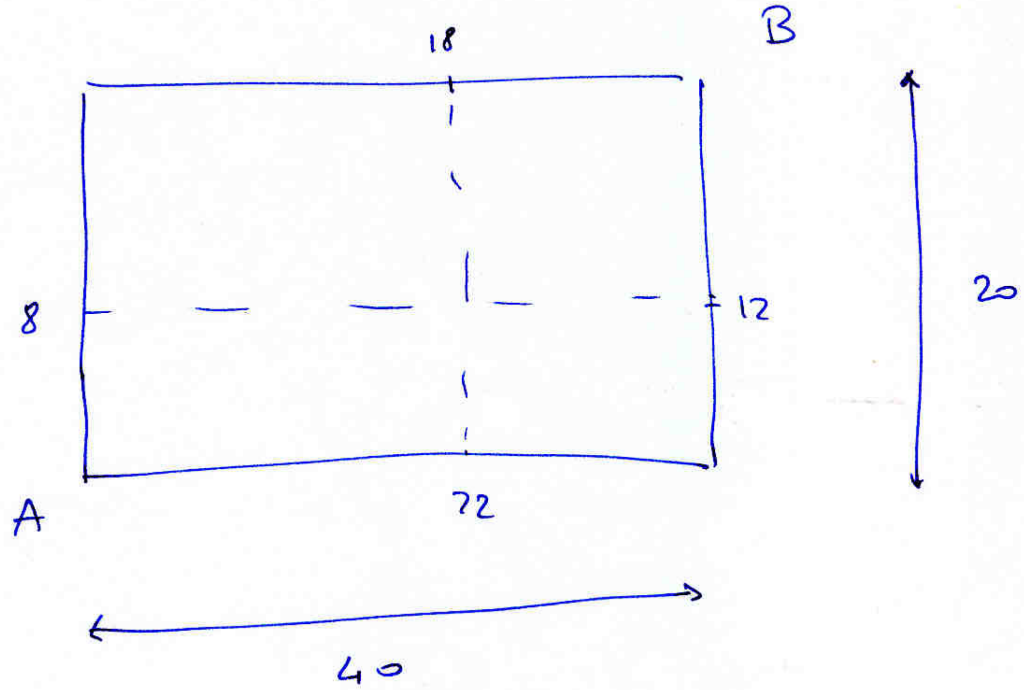
Soluzione Esercizio 1

a)



b) A massimizza

$$\max_{x_A, y_A} x_A y_A$$

$$\text{s.v.} \quad p_x x_A + p_y y_A = p_x \cdot 22 + p_y \cdot 8$$

Con la procedura del metodo della tangenza si ottiene $y_A = \frac{p_x}{p_y} x_A$

$$\longrightarrow p_x x_A + p_y \cdot \frac{p_x}{p_y} \cdot x_A = p_x \cdot 22 + p_y \cdot 8$$

$$\longrightarrow 2 p_x \cdot x_A = 22 p_x + 8 p_y$$

$$\longrightarrow x_A = 11 + 4 \frac{p_y}{p_x}$$ (domanda di x da parte di A)

$$\longrightarrow y_A = \frac{p_x}{p_y} \left(11 + 4 \frac{p_y}{p_x} \right)$$

$$\longrightarrow y_A = 4 + 11 \frac{p_x}{p_y}$$ (domanda di y da parte di B)

La stessa procedura per B porta a

$$X_B = 9 + 6\frac{P_Y}{P_X}$$

$$Y_B = 6 + 9\frac{P_X}{P_Y}$$

c) $$Z_X = X_A + X_B - \omega_A^X - \omega_B^X$$

$$\rightarrow Z_X = 11 + 4\frac{P_Y}{P_X} + 9 + 6\frac{P_Y}{P_X} - 22 - 18$$

$$\rightarrow Z_X = 10\frac{P_Y}{P_X} - 20$$

di conseguenza

$$Z_Y = 20\frac{P_X}{P_Y} - 10$$

La curva dei contratti coincide con i punti Pareto-ottimi per i quali $SMS_A = SMS_B$. Quindi

$$(1) \quad -\frac{Y_A}{X_A} = -\frac{Y_B}{X_B} \longrightarrow Y_A = \frac{X_A}{X_B} \cdot Y_B$$

unitamente ai vincoli costituiti dalle risorse disponibili

$$(2) \quad X_A + X_B = 40 \longrightarrow X_B = 40 - X_A$$

$$(3) \quad Y_A + Y_B = 20 \longrightarrow Y_B = 20 - Y_A$$

Sostituiamo la (2)-(3) nella (1)

$$Y_A = \frac{20 - Y_A}{40 - X_A} \cdot X_A$$

$$\rightarrow (40 - X_A)Y_A = (20 - Y_A)X_A$$

$$\rightarrow 40Y_A - \cancel{X_A Y_A} = 20X_A - \cancel{X_A Y_A}$$

$$\rightarrow \boxed{X_A = 2Y_A} \longrightarrow$$ curva dei contratti (è una retta nella scatola)

d) imponiamo $Z_X = 0 \longrightarrow \frac{P_Y}{P_X} = 2$

Questo rapporto tra i prezzi rappresenta l'equilibrio generale

Soluzione Esercizio 2

a) La funzione di utilità rappresenta preferenze quasi - lineari. Pertanto la mappa di curve di indifferenza è data da una serie di curve tutte con la stessa inclinazione. Per determinare l'equilibrio con il metodo della tangenza, calcoliamo innanzitutto il SMS.

$u := 10\cdot x1^{\frac{1}{2}} + x2;$

$$10\sqrt{x1} + x2 \tag{1}$$

$diff(u, x1);$

$$\frac{5}{\sqrt{x1}} \tag{2}$$

$diff(u, x2);$

$$1 \tag{3}$$

$sms := -\frac{diff(u, x1)}{diff(u, x2)};$

$$-\frac{5}{\sqrt{x1}} \tag{4}$$

A questo punto risolviamo il sistema dato da due equazioni: la prima prevede che il SMS sia uguale al rapporto tra i prezzi (nel nostro caso -2), la seconda che tutto il reddito sia speso (quindi la spesa sia pari a 100). Pertanto risolviamo:

$solve(\{sms = -2, 10\cdot x1 + 5\cdot x2 = 100\}, \{x1, x2\});$

$$\left\{x2 = \frac{15}{2}, x1 = \frac{25}{4}\right\} \tag{5}$$

Questo rappresenta l'equilibrio del consumatore.

b) La generica curva di indifferenza è data

$restore;$

$$restore \tag{6}$$

$x2 := U - 10\cdot x1^{\frac{1}{2}};$

$$U - 10\sqrt{x1} \tag{7}$$

La rapresentazione grafica è la seguente (ipotizziamo 3 livelli di utilità: 2, 4 e 8)

$indiff1 := 2 - 10\cdot x1^{\frac{1}{2}};$

$$2 - 10\sqrt{x1} \tag{8}$$

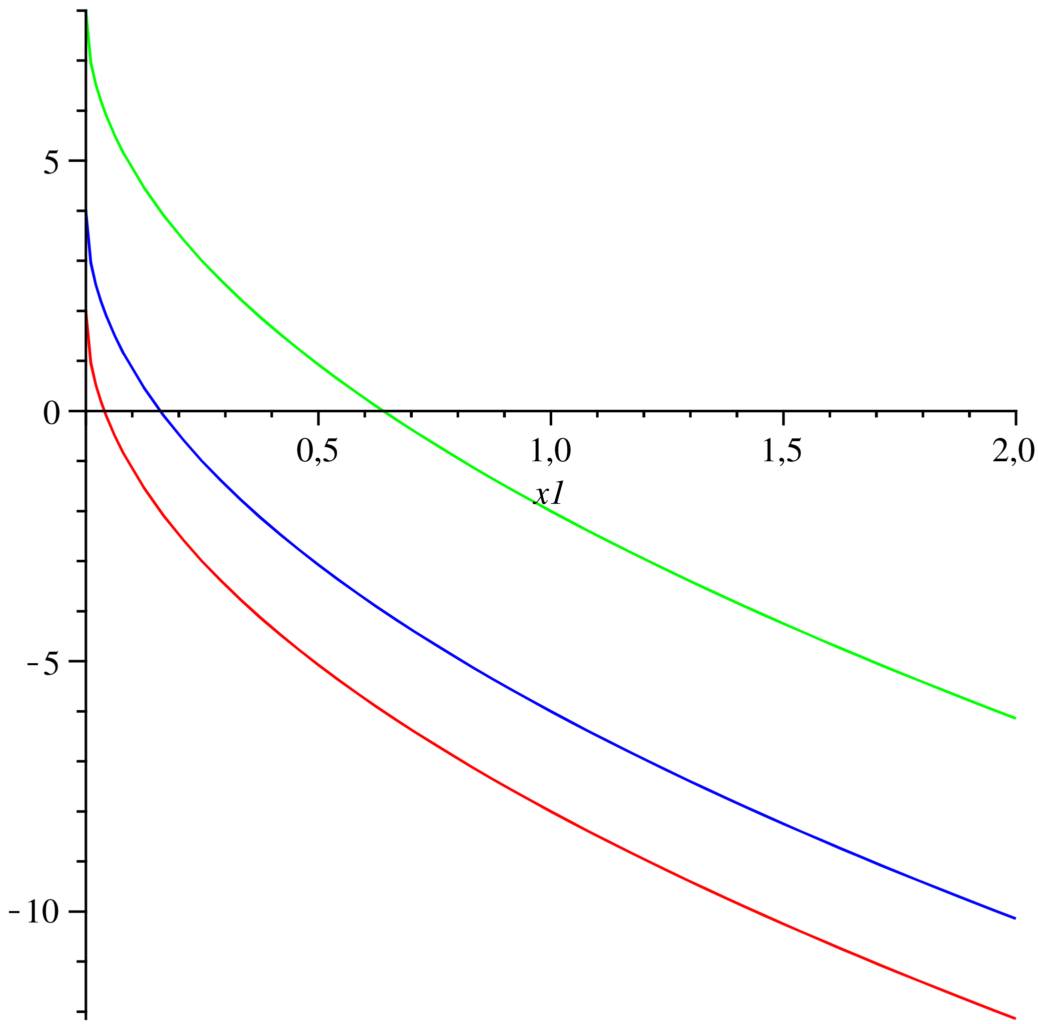
$indiff2 := 4 - 10\cdot x1^{\frac{1}{2}};$

$$4 - 10\sqrt{x1} \tag{9}$$

$indiff3 := 8 - 10\cdot x1^{\frac{1}{2}};$

$$8 - 10\sqrt{x1} \tag{10}$$

$plot([indiff1, indiff2, indiff3], x1 = 0..2, color = [red, blue, green]);$



Ogni curva è una copia dell'altra spostata verso l'alto. Pertanto la curva reddito consumo tiene conto del fatto che il livello di consumo del bene 1 è fissato e pari a 6.25. La curva reddito consumo è quindi $x1 = 6.25$. La curva di domanda del bene 1 coincide con la curva reddito consumo.