Soluzione Esercizio 2

```
> restart;
```

a) Calcoliamo le funzioni di domanda del fattore lavoro e del fattore capitale condizionate a y. Sappiamo che il punto di ottimo per l'impresa, dal lato della produzione, corrisponde ad un punto dove l'isocosto è tangente all'isoquanto y, dove q rappresenta l'output. Abbiamo quindi due condizioni da rispettare:

```
> prod:=L^(1/3)*K^(2/3);
```

$$prod := L^{1/3} K^{2/3}$$

```
> prod_marg_L:=diff(prod,L);
```

$$prod\_marg\_L := \frac{1}{3} \frac{K^{2/3}}{L^{2/3}}$$

```
> prod_marg_K:=diff(prod,K);
```

$$prod\_marg\_K := \frac{2}{3} \frac{L^{1/3}}{K^{1/3}}$$

```
> STS:=-prod_marg_L/prod_marg_K;
```

$$STS := -\frac{1}{2} \frac{K}{L}$$

```
> tangency_condition:=STS=-w/r;
```

$$tangency\_condition := -\frac{1}{2} \frac{K}{L} = -\frac{w}{r}$$

```
> efficient_production:=prod=y;
```

$$efficient\_production := L^{1/3} K^{2/3} = y$$

Risolviamo la prima condizione per K

```
> solve(tangency_condition,K);
```

$$\frac{2\,w\,L}{r}$$

```
> K:=%;
```

$$K := \frac{2\,w\,L}{r}$$

La seconda condizione diventa

```
> eq2:=L^(1/3)*((2*w*L)/r)^(2/3)=y;
```

$$eq2 := L^{1/3}\, 2^{2/3} \left(\frac{w\,L}{r}\right)^{2/3} = y$$

```
> eq2:=2^(2/3)*w^(2/3)*r^(-2/3)*L=y;
```

$$eq2 := \frac{2^{2/3} w^{2/3} L}{r^{2/3}} = y$$

```
> L:=solve(eq2,L);
```

$$L := \frac{1}{2}\frac{y\,r^{2/3}\,2^{1/3}}{w^{2/3}}$$

```
> K;
```

$$\frac{w^{1/3}\,y\,2^{1/3}}{r^{1/3}}$$

Abbiamo ottenuto le due domande condizionate di L e K.

b) Il sentiero di espansione dell'impresa è il luogo dei punti di ottimo al crescere della produzione, mantenendo costante il prezzo relativo. Nel nostro caso è identificato dalla condizione di tangenza. Pertanto il sentiero di espansione è $K = 2\left(\frac{w}{r}\right)L$, che rappresenta una retta passante per l'origine degli assi. Determiniamo adesso la funzione di costo totale.

```
> costo_totale:=w*L+r*K;
```

$$costo\_totale := \frac{3}{2}\,w^{1/3}\,y\,r^{2/3}\,2^{1/3}$$

Possiamo a questo punto calcolare la funzione di costo medio (AC) e di costo marginale (MC)

```
> AC:=costo_totale/y;
```

$$AC := \frac{3}{2}\,w^{1/3}\,r^{2/3}\,2^{1/3}$$

```
> MC:=diff(costo_totale,y);
```

$$MC := \frac{3}{2}\,w^{1/3}\,r^{2/3}\,2^{1/3}$$

c) Se nel breve periodo il fattore capitale è fisso a $K = 10$, la funzione di produzione di breve periodo è data da:

```
> restart;
> prod_breve:=L^(1/3)*10^(2/3);
```

$$prod\_breve := L^{1/3}\,10^{2/3}$$

L'impresa domanda lavoro in modo tale da essere efficiente nel breve, quindi sulla funzione di produzione di breve periodo. Quindi

```
> L:=solve(prod_breve=y,L);
```

$$L := \frac{1}{100}\,y^3$$

La funzione di costo di breve periodo è dunque

```
> costo_breve:=w*L+r*10;
```

$$costo\_breve := \frac{1}{100}\,w\,y^3 + 10\,r$$

dove $r \cdot 10$ rappresenta il costo fisso. Se l'impresa deve produrre $y = 100$, la funzione di costo di lungo periodo sarebbe pari a:

```
> y:=100;
```

$$y := 100$$

```
> costo_lungo:=(3/2)*w^(1/3)*y*r^(2/3)*2^(1/3);
```

$$costo\_lungo := 150\, w^{1/3}\, r^{2/3}\, 2^{1/3}$$

mentre il costo di breve è dato da:

```
> costo_breve;
```

$$10000\, w + 10\, r$$

Se w = 2 e r = 4, abbiamo

```
> r:=4;w:=2;
```

$$r := 4$$

$$w := 2$$

```
> evalf(costo_lungo);
```

$$600.0000000$$

```
> costo_breve;
```

$$20040$$

```
> evalf(costo_breve/costo_lungo);
```

$$33.40000000$$

Il costo di breve periodo è 33 volte superiore al costo di lungo periodo.

Soluzione Esercizio 3

```
> restart;
> Invest:=300+0.16*Y-12000*i;
```

$$Invest := 300 + 0.16\,Y - 12000\,i$$

```
> C:=1000+0.8*Yd;
```

$$C := 1000 + 0.8\,Yd$$

```
> G:=200;
```

$$G := 200$$

```
> t:=0.2;
```

$$t := 0.2$$

```
> TR:=500;
```

$$TR := 500$$

```
> X:=100*E+0.003*Yf;
```

$$X := 100\,E + 0.003\,Yf \qquad (1)$$

> $Q := 20 - 50 \cdot E + 0.2 \cdot Y;$

$$Q := 20 - 50\,E + 0.2\,Y \qquad (2)$$

> $p := 1;$

$$p := 1 \qquad (3)$$

> $pf := 1;$

$$pf := 1 \qquad (4)$$

> $E := 3;$

$$E := 3 \qquad (5)$$

```
> i_f:=0.02;
```

$$i\_f := 0.02 \qquad (6)$$

> $Yf := 22000;$

$$Yf := 22000 \qquad (7)$$

```
> domanda_reale_moneta:=0.85*Y-1100*i;
```

$$domanda\_reale\_moneta := 0.85\,Y - 1100\,i \qquad (8)$$

a) Per il calcolo del PIL costruiamo la IS. Sappiamo che la DA è uguale al reddito. Ma DA = C + I + G+X-E*Q. Inoltre sappiamo che Yd = (1-t)Y + TR. Quindi la funzione del consumo privato è data da:

```
> Yd:=(1-t)*Y+TR;
```

$$Yd := 0.8\,Y + 500$$

```
> C;
```

$$1400.0 + 0.64\,Y$$

Pertanto la DA è data da

```
> DA:=C+Invest+G+X-E*Q;
```

$$DA := 2656.000 + 0.20\,Y - 12000\,i$$

Il mercato dei beni è in equilbrio quando DA = Y. In aggiunta sappiamo che con perfetta mobilità dei capitali il tasso di interesse interno è uguale a quello del "resto del mondo". Quindi

```
> i:=0.02;
```

$$i := 0.02 \tag{9}$$

```
> IS:=DA=Y;
```

$$IS := 2416.000 + 0.20\,Y = Y$$

```
> solve(IS, Y);
```

$$3020.$$

```
> Y:=%;
```

$$Y := 3020.$$

```
> domanda_reale_moneta;
```

$$2545.00$$

b) Quando i tassi di interesse sono allineati a quelli mondiali, i flussi di capitale tendono ad annullarsi. Pertanto le partite correnti vengono "finanziate" dalla variazione delle riserve valutarie. E' quindi necessario calcolare NX.

```
> NX:=X-E*Q;
```

$$NX := -1056.000$$

Il deficit delle partite correnti è pari a 1056, e costituisce la variazione delle riserve valutarie.

c) Il governo adotta una politica fiscale espansiva, aumentando i trasferimenti del 40%. Pertanto il nuovo livello dei trasferimenti è dato da:

```
> Y:='Y';
```

$$Y := Y$$

```
> TR:=TR*(1+0.4);
```

$$TR := 700.0$$

Dobbiamo nuovamente determinare la IS. Ripetiamo il procedimento precedente e scriviamo

```
> Yd:=(1-t)*Y+TR;
```

$$Yd := 0.8\,Y + 700.0$$

```
> C;
```

$$1560.00 + 0.64\,Y$$

```
> DA:=C+Invest+G+X-E*Q;
```

$$DA := 2576.000 + 0.20\,Y$$

```
> IS:=DA=Y;
```

$$IS := 2576.000 + 0.20\,Y = Y$$

```
> solve(IS, Y);
```

$$3220.$$

```
> Y:=%;
```

$$Y := 3220.$$

```
> domanda_reale_moneta;
```

$$2715.00$$

```
> Q:=20-50*E+0.2*Y;
```

$$Q := 514.0$$

```
> NX:=X-E*Q;
```

$$NX := -1176.000 \tag{10}$$

La politica fiscale espansiva è efficacie in presenza di cambi fissi e perfetta mobilità di capitali.