Soluzione Esercizio 1

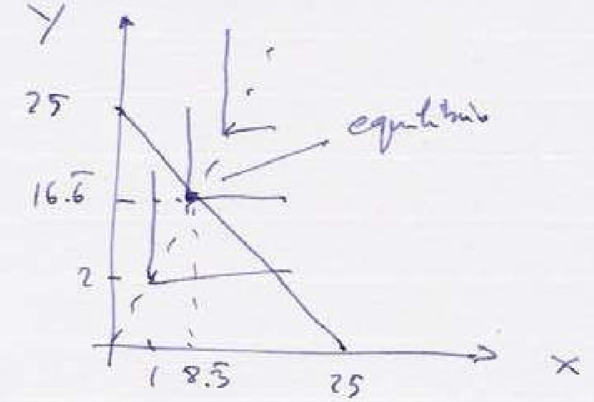
$$U = \min[4X, 2Y] \qquad p_X = 4 \qquad p_Y = 4 \qquad M = 100$$

a) Il problema del consumatore è il seguente

$$\max_{X,Y} \min[4X, 2Y]$$

$$\text{s.v.} \qquad 4X + 4Y = 100$$

Graficamente il vincolo di bilancio è una retta



L'utilità è rappresentata da curve di indifferenza a "L".
Il punto angoloso è in corrispondenza di $4X = 2Y \rightarrow Y = 2X$

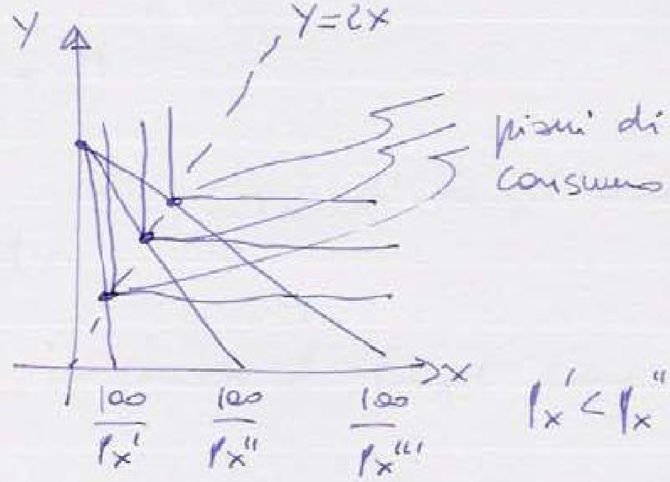
Per trovare il piano di consumo impostiamo il sistema

$$\begin{cases} Y = 2X \\ 4X + 4Y = 100 \end{cases} \rightarrow 4X + 4(2X) = 100$$

$$12X = 100 \qquad X^* = \frac{100}{12} \simeq 8.\bar{3} \qquad Y^* = \frac{100}{6} \simeq 16.\bar{6}$$

b) La curva prezzo-consumo del bene X è definita come l'insieme dei punti di scelta facendo variare il prezzo del bene X e mantenendo costanti il reddito e il prezzo dell'altro bene.

Graficamente

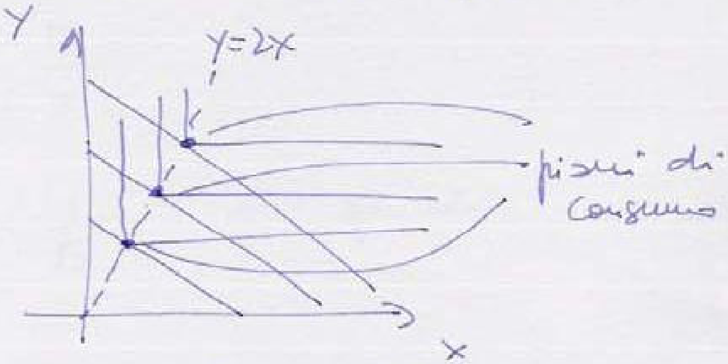


$p_x' < p_x'' < p_x'''$

Pertanto la curva prezzo-consumo del bene X è $Y=2X$.

La curva reddito-consumo è definita come l'insieme dei punti di scelta facendo variare il reddito e tenendo costanti i prezzi.

Graficamente



Di nuovo la curva è $Y=2X$

c) Per determinare se il bene Y è un bene inferiore occorre calcolare l'elasticità rispetto al reddito, dopo aver calcolato la curva di Engel.

Quindi

$$\max_{X,Y} \min[4X, 2Y]$$

$$\text{s.v.} \quad p_X X + p_Y Y = M$$

$$\begin{cases} Y = 2X \\ p_X X + p_Y Y = M \end{cases} \rightarrow p_X X + p_Y (2X) = M$$

$$(p_x + 2p_y)\,x = M$$

$$x = \frac{M}{p_x + 2p_y}$$ curva di Engel bene x

$$y = \frac{2M}{p_x + 2p_y}$$ curva di Engel bene y

I prezzi sono pari a $p_x = 4$ e $p_y = 4$ e quindi

$$y = \frac{2M}{12} = \frac{M}{6}$$

Pertanto, essendo l'elasticità rispetto al reddito

$$\varepsilon_M = \frac{dy}{dM} \cdot \frac{M}{y}$$

abbiamo $\frac{dy}{dM} = \frac{1}{6}$ e quindi

$$\varepsilon_M = \frac{1}{6} \cdot \frac{M}{\frac{M}{6}} \longrightarrow \frac{1}{\cancel{6}} \cdot \cancel{M} \cdot \frac{\cancel{6}}{\cancel{M}}$$

$$\varepsilon_M = 1$$ E' un bene <u>normale</u>

Per determinare se il bene y è un sostituto del bene x occorre calcolare l'elasticità incrociata

$$\varepsilon_{yx} = \frac{dy}{dp_x} \cdot \frac{p_x}{y}$$

Scriviamo innanzitutto la funzione di domanda

$$y = \frac{2M}{p_x + 2p_y}$$ sostituiamo per $M = 100$ e $p_y = 4$

Otteniamo $Y = \dfrac{200}{8 + 2p_x}$

Ora $\dfrac{dY}{dp_x} = \dfrac{0 - 200}{(8 + 2p_x)^2} = -\dfrac{200}{(8 + 2p_x)^2}$

Quindi $\varepsilon_{YX} = -\dfrac{200}{(8 + 2p_x)^2} \cdot \dfrac{p_x}{\dfrac{200}{8 + 2p_x}}$

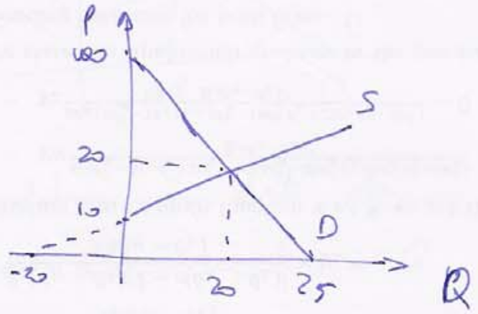
$\longrightarrow \varepsilon_{YX} = -\dfrac{\overset{2}{\cancel{200}}}{(8 + 2p_x)^{\cancel{2}}} \cdot p_x \cdot \dfrac{\cancel{8 + 2p_x}}{\cancel{200}}$

$\longrightarrow \varepsilon_{YX} = -\dfrac{2p_x}{8 + 2p_x} < 0$

Il bene Y è un bene COMPLEMENTARE al bene X.

Soluzione Esercizio 3

a) Date le funzioni di domanda $p = 100 - 4Q^d$ e di offerta $p = 10 + 0.5Q^s$ si ottiene la seguente rappresentazione grafica:



Per ottenere l'equilibrio impostiamo $Q^d = Q^s$ e quindi

$$100 - 4Q = 10 + 0.5Q \longrightarrow Q^* = 20 \quad p^* = 20$$

b) L'imposta unitaria di 5 a carico del venditore modifica la funzione di offerta e i prezzi, in quanto il prezzo pagato dal compratore, p^d, è diverso dal prezzo pagato dal venditore, p^s, ossia

$$p^d = p^s + t$$

Le funzioni di domanda e di offerta diventano

$$p^d = 100 - 4Q^d \qquad p^s = 10 + 0.5Q^s$$

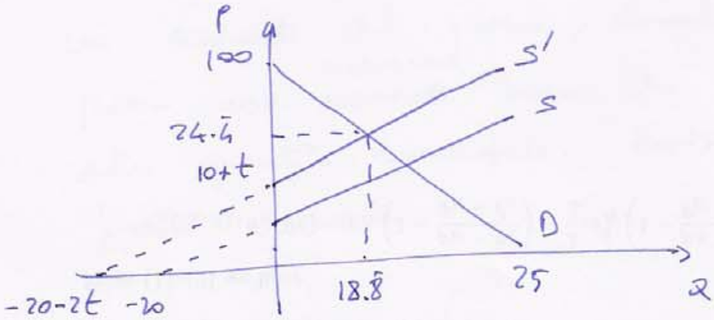
ma $p^d = p^s + t \Rightarrow p^s = p^d - t$

Sostituendo nella funzione di offerta si ottiene

$$p^d - t = 10 + 0.5Q^s$$

$$\longrightarrow p^d = 10 + t + 0.5Q^s$$

Graficamente



L'equilibrio è dato da

$$100 - 4Q = 10 + t + 0.5Q$$

Se $t=5$ abbiamo

$$100 - 4Q = 15 + 0.5Q \rightarrow Q_t = 18.\bar{8} \quad p^d = 24.\bar{4} \quad p^s = 19.\bar{4}$$

Il gettito fiscale è pari a tQ_t ossia $94.\bar{4}$

Il rapporto di incidenza è definito come

$$\frac{p^d - p^*}{p^* - p^s} \qquad \text{Sostituendo} \quad \frac{24.\bar{4} - 20}{20 - 19.\bar{4}} = 8$$

L'imposta grava prevalentemente sui consumatori

c) Per verificare x un aumento dell'imposta porta ad una crescita del gettito calcoliamo l'elasticità della domanda nel punto di equilibrio. Essa è data

$$\varepsilon = \frac{dQ^d}{dp} \cdot \frac{p}{Q^d} \qquad \text{con } p = 24.\bar{4} \quad Q^d = 18.\bar{8}$$

invertendo la funzione di domanda otteniamo

$$Q^d = 25 - \frac{1}{4}p \rightarrow \varepsilon = -\frac{1}{4} \cdot \frac{24.\bar{4}}{18.\bar{8}} = -0.3$$

La domanda è in un tratto rigido, quindi un aumento del prezzo, dovuto alla tassa, porta una ~~aumento~~ riduzione meno che proporzionale della quantità domandata. Pertanto il gettito fiscale aumenta.