Soluzione Esercizio 1

b. La funzione di utilità $U = x^2 + y^2$ presenta una generica curva di indifferenza data da:

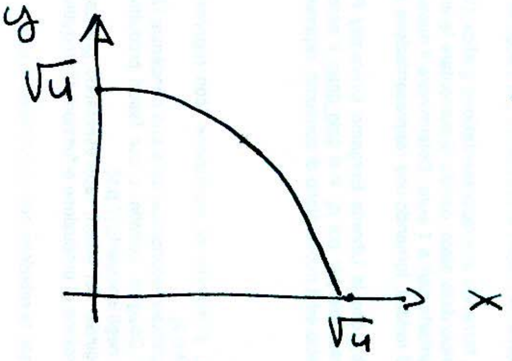
$$y^2 = U - x^2 \longrightarrow y = \sqrt{U - x^2}$$

La sua rappresentazione grafica è definita da:

- se $x = 0 \rightarrow y = \sqrt{U}$
- se $y = 0 \rightarrow x = \sqrt{U}$
- $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(U - x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x) < 0$
- $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{4}(U - x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x)(-2x) + -2 \cdot \frac{1}{2}(U - x^2)^{-\frac{1}{2}}$

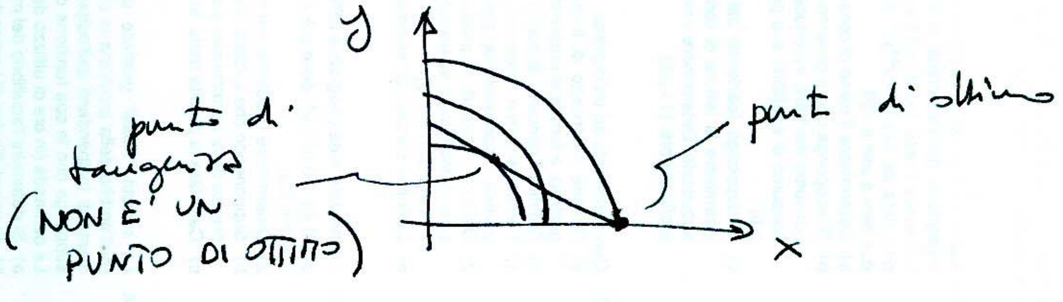
$$= -x^2(U - x^2)^{-\frac{3}{2}} - (U - x^2)^{-\frac{1}{2}} < 0$$

Pertanto hanno inclinazione negativa decrescente



le curve di indifferenza sono concave

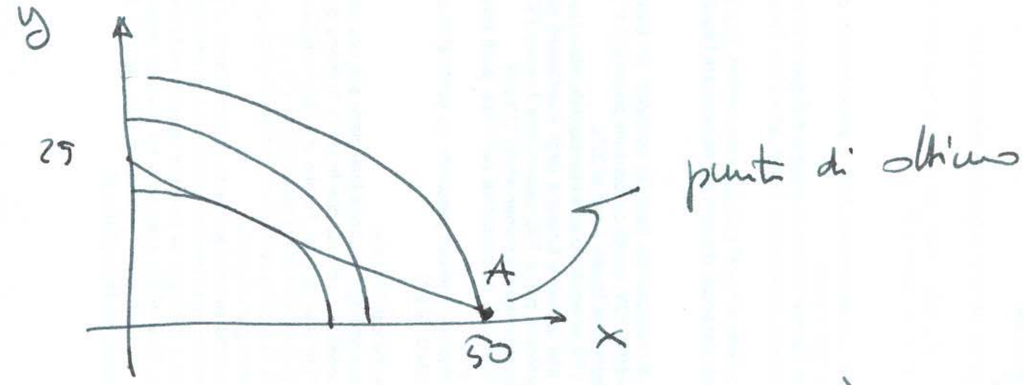
Il paniere ottimo viene quindi individuato da una soluzione "ad angolo". Ad esempio:



Nel nostro caso il vincolo di bilancio è dato da: $x + 2y = 50$

$$\Longrightarrow \quad y = 25 - \frac{1}{2}x$$

Il grafico è il seguente:



Il paniere ottimo è: $A = (50, 0)$

C. La soluzione ad angolo è sempre sull'asse delle x se la pendenza del vincolo di bilancio è inferiore a $|1|$. Ossia se $p_x < p_y$

Se $p_x = p_y$ il consumatore è indifferente tra la soluzione ad angolo sull'asse x e quella sull'asse y.

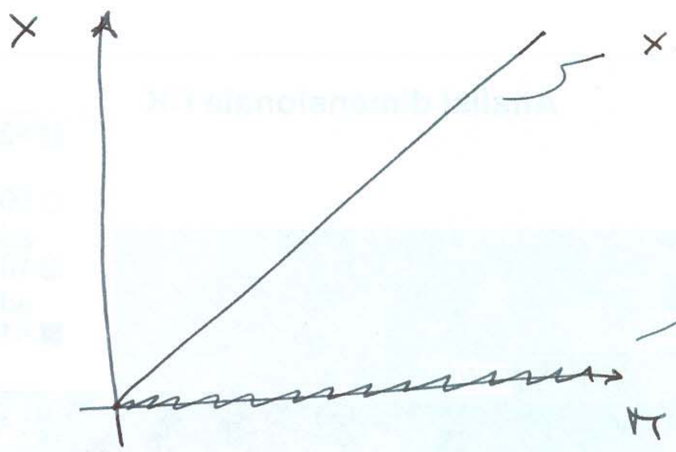
Se $p_y < p_x$ il consumatore preferisce i panieri sull'asse y.

Quindi

$$x^*(p_x, p_y, M) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad p_x > p_y \\ \left\{0, \frac{M}{p_x}\right\} & \text{se} \quad p_x = p_y \\ \frac{M}{p_x} & \text{se} \quad p_x < p_y \end{cases}$$

$$y^*(p_x, p_y, M) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad p_y > p_x \\ \left\{0, \frac{M}{p_y}\right\} & \text{se} \quad p_y = p_x \\ \frac{M}{p_y} & \text{se} \quad p_y < p_x \end{cases}$$

d. curva di Engel per il bene x



$x = \frac{M}{p_x}$ se $p_x < p_y$

se $p_x > p_y$ x non dipende da M essendo sempre pari a 0

Soluzione Esercizio 2

a. Funzione di offerta di un'impresa del primo gruppo. Essa è definita da due condizioni:

- $p = CMg$ (condizione di massimo profitto)
- $p \geq$ minimo CMV (punto di chiusura)

Quindi:

$$p = CMg \longrightarrow p = \frac{dCT}{dq} \longrightarrow p = \frac{d\,q^2}{dq}$$

$$p = 2q \longrightarrow q = \frac{p}{2}$$

$p \geq$ minimo CMV

$$CMV = \frac{CT}{q} \longrightarrow CMV = \frac{q^2}{q} = q$$

il minimo dei Costi Medi Variabili è per $q=0$. Pertanto

$$q_1^S = \begin{cases} 0 & \text{se } p \leq 0 \\ \frac{p}{2} & \text{se } p > 0 \end{cases}$$

La funzione di offerta di un'impresa del secondo gruppo è data da:

$$p = CMg \longrightarrow p = 4q \longrightarrow q = \frac{p}{4}$$

$$p \geq \text{Min } CMV \longrightarrow CMV = 2q$$

di nuovo il minimo è per $q=0$

$$q_2^S = \begin{cases} 0 & \text{se } p \leq 0 \\ \frac{p}{4} & \text{se } p > 0 \end{cases}$$

b. Le 10 imprese del primo gruppo presentano la seguente funzione di offerta

$$S_1 = \sum_{i=1}^{10} \frac{p}{2} \longrightarrow S_1 = 10\left(\frac{p}{2}\right).$$

$$S_1 = 5p$$

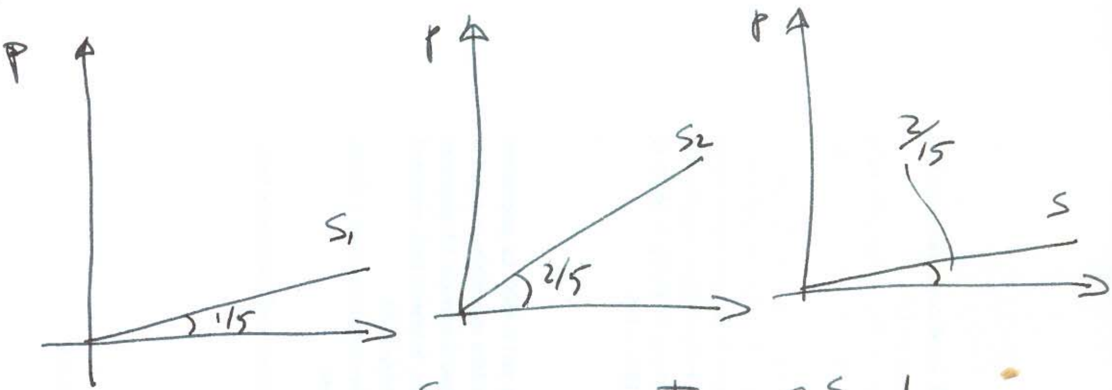
S_2 è invece la funzione di offerta delle imprese del secondo gruppo

$$S_2 = \sum_{i=1}^{10} \frac{p}{4} \longrightarrow S_2 = \frac{5}{2}p$$

L'offerta del mercato è: $S = S_1 + S_2$

$$S = 5p + \frac{5}{2}p \longrightarrow S = \frac{15}{2}p$$

Graficamente



c. se $p=2$ allora $q_1^S = 1$ mentre $q_2^S = \frac{1}{2}$

Pertanto $CMg_1 = 2(1) = 2$ $\quad CMg_2 = 4\left(\frac{1}{2}\right) = 2$

Non esistono differenze nei costi marginali tra i due gruppi di imprese in equilibrio

Soluzione Esercizio 4

a) In equilibrio, domanda e offerta di moneta sono uguali:

$$\frac{M}{P} = 0.4Y - 7200\,i$$

Sapendo che $\frac{M}{P} = 9000$ e $Y = 25250$, si ottiene, per sostituzione

$$9000 = 0.4(25250) - 7200\,i$$

$$9000 = 10.100 - 7200\,i$$

$$-1100 = -7200\,i \longrightarrow i = 15.3\%$$

L'equazione di equilibrio tra domanda aggregata e produzione implica che:

$$Z = 6800 + 0.99(1-0.25)Y - d_2\,i = Y$$

Sostituendo per $Y = 25250$ e per $i = 0{,}153$ si ottiene:

$$6800 + 0.99(0.75)25250 - 0.153\,d_2 = 25250$$

$$6800 + 0.7425(25250) - 0.153\,d_2 = 25250$$

$$6800 + 18748.125 - 0.153\,d_2 = 25250$$

$$0.153\,d_2 = 298{,}125 \implies d_2 = 1948.5$$

b) Il deficit di bilancio è dato da $G - tY$.
Sostituendo si ottiene $5000 - 0.25(25250) = -1312.5$

il bilancio pubblico è in surplus