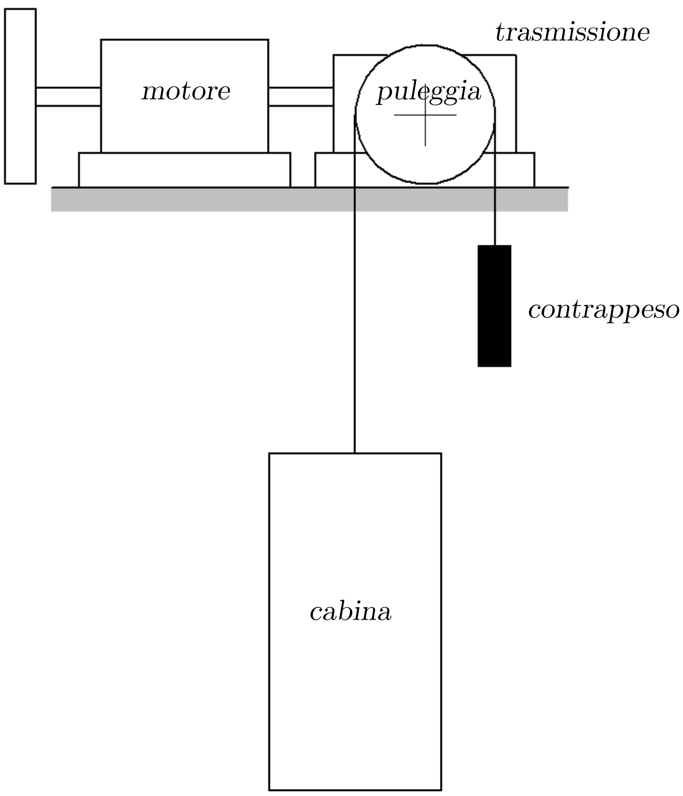
Dinamica di un impianto ascensore

– rev. 1.2 –

L'ascensore rappresentato schematicamente in figura è azionato da un motore elettrico tramite un riduttore ed una puleggia sulla quale si avvolge la fune di sollevamento

.



Dell'impianto sono noti i seguenti dati:

- rapporto di trasmissione del riduttore $\tau = 1/60$
- rendimento diretto della trasmissione $\eta_d = 0.8$
- rendimento retrogrado della trasmissione $\eta_r = 0.7$
- diametro della puleggia $D = 0.5\,m$
- momento d'inerzia della puleggia $J_p = 1\,kgm^2$
- massa della cabina $m_C = 300\,kg$
- massimo carico trasportabile $m_u = 300\,kg$
- massa del contrappeso $m_Q = m_C + 0.4 m_u$
- momento d'inerzia dell'albero motore $J_m = 0.0033\,kgm^2$

Il motore elettrico è caratterizzato da una coppia di spunto $M_s = 25\, Nm$ e da una velocità di funzionamento a vuoto $n_0 = 1500\, rpm$; la sua curva caratteristica $M_m = M_m(n_m)$ ha andamento lineare di equazione $M_m = M_s + k\, n_m$.

Si chiede di:

- Per le quattro condizioni di funzionamento:

  A. salita a pieno carico;
  B. salita a vuoto;
  C. discesa a pieno carico;
  D. discesa a vuoto;

  calcolare la velocità di funzionamento a regime della cabina.

- Per la condizione di funzionamento A:

  - determinare il valore del momento d'inerzia del volano da calettare sull'albero motore in modo da limitare l'accelerazione massima della cabina al valore $a_{max} = 0.5\, m/s^2$;
  - determinare il tempo di avviamento del sistema.

Osservazioni per la soluzione

Per la risoluzione del problema, si può ricorrere al teorema delle potenze; in particolare si può scrivere un'equazione di bilancio delle potenze a cavallo della trasmissione.
Detta W_{in} la potenza entrante nella trasmissione e W_{out} quella uscente, a seconda che il flusso della potenza sia diretto o retrogrado, si può scrivere:

$$W_{in}\, \eta_d = W_{out} \qquad \text{(flusso di potenza diretto)}$$

$$W_{in}\, \eta_r = W_{out} \qquad \text{(flusso di potenza retrogrado)}$$

Le espressioni assunte dalla potenza entrante e dalla potenza uscente dipenderanno dal caso analizzato.

<u>Nota 1</u>: *per la rappresentazione grafica delle curve caratteristiche, si assumano come versi positivi della coppia erogata dal motore e della sua velocità angolare quelli corrispondenti al caso A.*
<u>Nota 2</u>: *per individuare il tipo di flusso di potenza, è conveniente valutare il segno della potenza W_u associata all'utilizzatore. Assunte convenzionalmente positive le potenze effettivamente resistenti, se la potenza W_u risulta positiva l'utilizzatore si comporta effettivamente da carico resistente; se la potenza W_u risulta negativa si comporta, invece, da motore, introducendo potenza nel sistema.*

Moto a regime

Caso A
Flusso di potenza diretto

I quadrante
(*velocità angolare positiva*)

In questa condizione di funzionamento, il sistema funziona in flusso di potenza diretto, infatti la potenza associata all'"utilizzatore" è effettivamente resistente.

$$W_u = (m_C + m_u)gv - m_Q gv > 0 \qquad \Rightarrow \qquad W_u = W_{out}$$

$$W_{in} = M_m \omega_m$$

$$M_m = [(m_C + m_u)g - m_Q g]\frac{\tau D/2}{\eta_d}$$

Caso B
Flusso di potenza retrogrado

IV quadrante
(*velocità angolare positiva*)

In questa condizione di funzionamento, il sistema funziona in flusso di potenza retrogrado, infatti la potenza associata all'"utilizzatore" è in realtà motrice.

$$W_u = m_C gv - m_Q gv < 0 \qquad \Rightarrow \qquad W_u = W_{in}$$

$$W_{out} = M_m \omega_m$$

$$M_m = (m_C g - m_Q g)\eta_r \tau D/2$$

Caso C
Flusso di potenza retrogrado

II quadrante
(*velocità angolare negativa*)

In questa condizione di funzionamento, il sistema funziona in flusso di potenza retrogrado, infatti la potenza associata all'"utilizzatore" è in realtà motrice.

$$W_u = m_Q gv - (m_C + m_u)gv < 0 \qquad \Rightarrow \qquad W_u = W_{in}$$

$$W_{out} = -M_m \omega_m$$

$$M_m = -[m_Q g - (m_C + m_u)g]\eta_r \tau D/2$$

Caso D
Flusso di potenza diretto

III quadrante
(*velocità angolare negativa*)

In questa condizione di funzionamento, il sistema funziona in flusso di potenza diretto, infatti la potenza associata all'"utilizzatore" è effettivamente resistente.

$$W_u = m_Q g v - m_C g v > 0 \quad \Rightarrow \quad W_u = W_{out}$$

$$W_{in} = -M_m \omega_m$$

$$M_m = -(m_Q g - m_C g) \frac{\tau D/2}{\eta_d}$$

In figura 1 sono rappresentate le curve caratteristiche e i punti di funzionamento nei quattro quadranti.
Nota 3: *nel II e III quadrante la curva caratteristica del motore è definita dall'equazione* $M_m = -(M_s + k(-n_m))$.

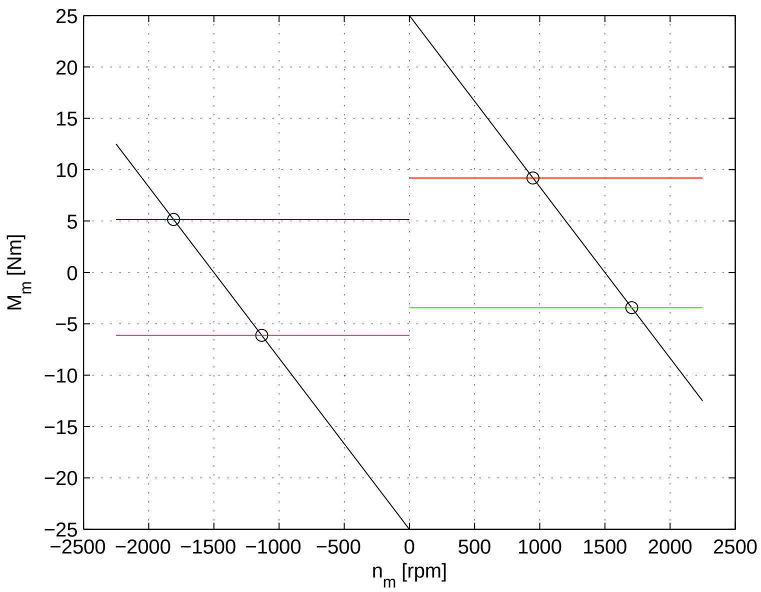


Figura 1: Curve caratteristiche e punti di funzionamento nei quattro quadranti

Moto in transitorio

Per lo studio della dinamica in transitorio del sistema nella condizione di funzionamento A, si può scrivere un'equazione di bilancio delle potenze in flusso di potenza diretto:

$$W_e = M_m\omega_m - (J_m + J_v)\dot{\omega}_m\omega_m$$

$$W_u = (m_C + m_u)gv - m_Q gv + J_p\dot{\omega}_p\omega_p + (m_C + m_u)av + m_Q av$$

Per determinare il valore del momento d'inerzia del volano J_v, è sufficiente risolvere l'equazione in funzione di J_v con $M_m = M_s$ e assegnando all'accelerazione il limite massimo imposto:

$$J_v = \frac{M_s}{a_{max}/(\tau D/2)} - \frac{[(m_C + m_u)g - m_Q g]}{a_{max}/(\tau D/2)}\frac{\tau D/2}{\eta_d} - (m_C + m_u + m_Q)\frac{(\tau D/2)^2}{\eta_d} - J_p\frac{\tau^2}{\eta_d} - J_m$$

Per determinare il tempo richiesto per il raggiungimento della velocità di regime, invece, si può integrare l'equazione di moto:

$$a = \frac{M_m\eta_d/(\tau D/2) - [(m_C + m_u)g - m_Q g]}{(m_C + m_u + m_Q) + J_p/(D/2)^2 + (J_m + J_v)\eta_d/(\tau D/2)^2}$$

In figura 2 sono rappresentati gli andamenti della velocità e dell'accelerazione della cabina durante il transitorio di avviamento.

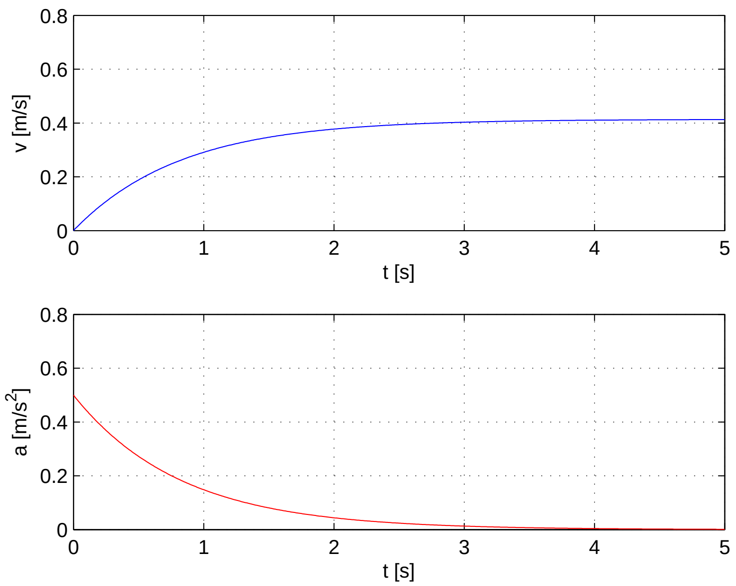


Figura 2: Velocità e accelerazione della cabina