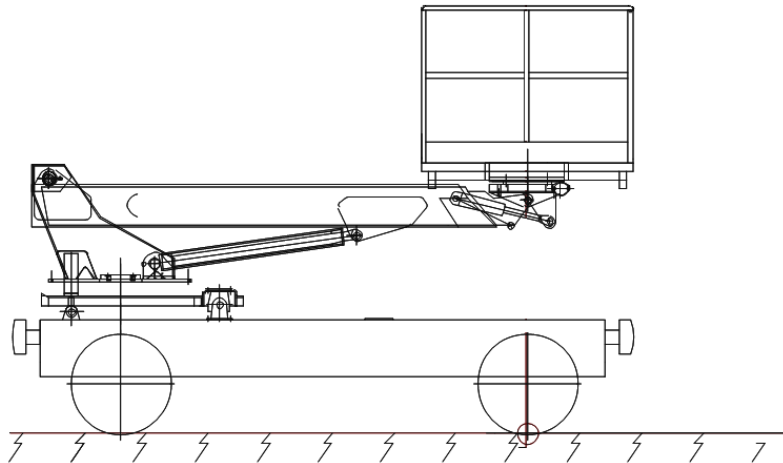


Dinamica di un veicolo ferroviario

– rev. 1.0 –

Del un veicolo ferroviario rappresentato nella figura sottostante sono noti i seguenti dati:

- massa totale $m = 8000 \text{ kg}$
- area della sezione frontale $S = 7.5 \text{ m}^2$
- coefficiente di resistenza aerodinamica $C_r = 0.7$
- diametro delle ruote $D = 600 \text{ mm}$
- momento d'inerzia del motore $J_m = 0.1 \text{ kgm}^2$
- rapporto di trasmissione tra motore e assale $\tau = 5/24$
- rendimento della trasmissione $\eta = 0.97$



La curva caratteristica del motore che aziona il veicolo è rappresentata in figura 1. Supponendo che il veicolo stia percorrendo un tratto di salita con pendenza $p = 30 \text{ ‰}$, determinarne la velocità di regime e il tempo di avviamento.¹

¹Per il calcolo della resistenza aerodinamica si assegni alla densità dell'aria il valore $\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3$. Per il calcolo del tempo di avviamento, si trascuri il momento d'inerzia baricentrico delle ruote.

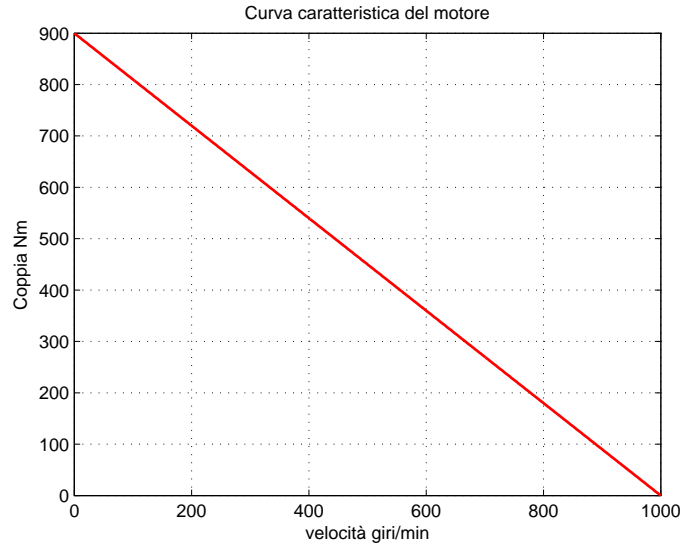


Figura 1: Curva caratteristica del motore

OSSERVAZIONI

Il bilancio delle potenze in regime transitorio è:

$$(M_m \omega_m - J_m \dot{\omega}_m) \eta = \frac{1}{2} \rho S C_r v^2 v + mg \sin \alpha v + m a v$$

Le velocità sono legate dalla relazione:

$$v = \omega_m \tau \frac{D}{2}$$

Regime. In condizioni di regime l'equazione di bilancio delle potenze diventa:

$$M_m \omega_m \eta = \frac{1}{2} \rho S C_r v^2 v + mg \sin \alpha v$$

Il punto di funzionamento a regime è individuato dall'intersezione delle curve caratteristiche del motore e del carico, opportunamente riportate sullo stesso piano cartesiano. In particolare, prendendo in considerazione il piano (M_m, ω_m) , le forze resistenti ridotte all'albero motore sono:

$$F_r^* = \left(\frac{1}{2} \rho S C_r v^2 + mg \sin \alpha \right) \frac{\tau D/2}{\eta}$$

Analogamente il momento motore ridotto all'utilizzatore è:

$$M_m^* = \frac{M_m}{\tau D/2} \eta$$

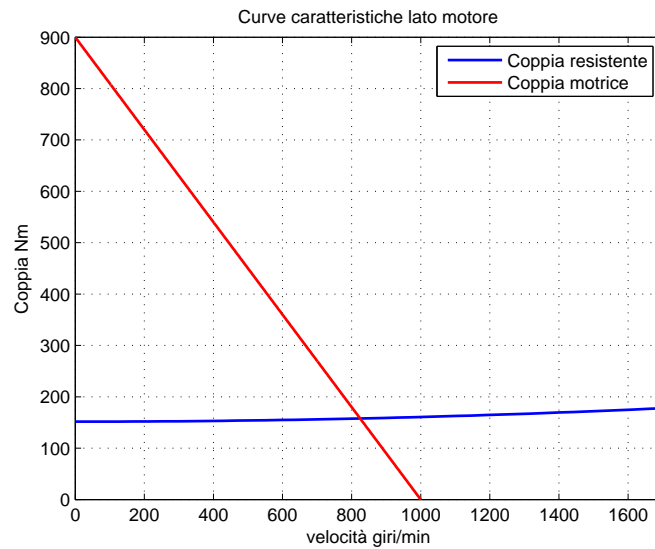


Figura 2: Intersezione delle curve caratteristiche nel piano del motore

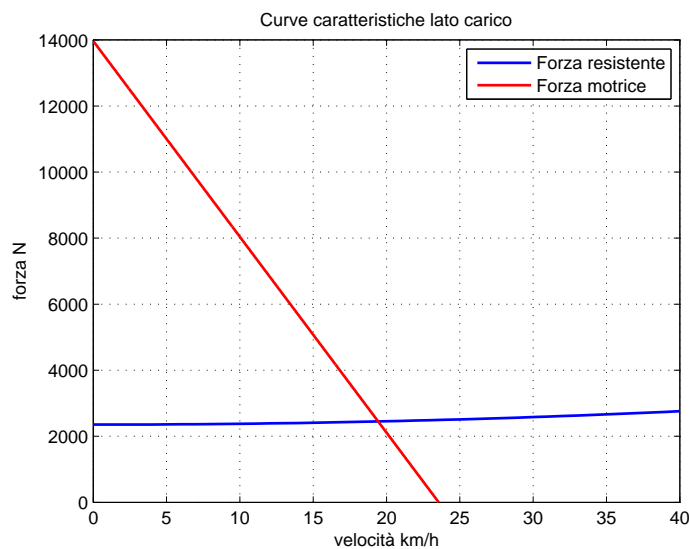


Figura 3: Intersezione delle curve caratteristiche nel piano dell'utilizzatore

Transitorio. Sviluppando l'equazione di bilancio delle potenze scritta in precedenza, si può ottenere l'espressione dell'accelerazione del veicolo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{M_m^* - \frac{1}{2} \rho S C_r v^2 - mg \sin \alpha}{\frac{J_m}{(\tau D/2)^2} \eta + m}$$

dove:

$$J_m^* = \frac{J_m}{(\tau D/2)^2} \eta$$

è il momento d'inerzia dell'albero motore ridotto all'utilizzatore.

Integrando l'equazione differenziale ottenuta, si può determinare l'andamento della velocità del veicolo nel tempo (figura 4).

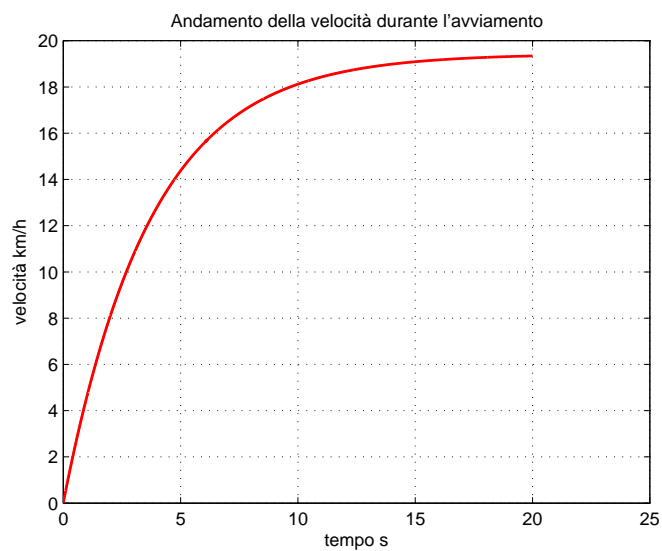


Figura 4: Soluzione dell'equazione di moto