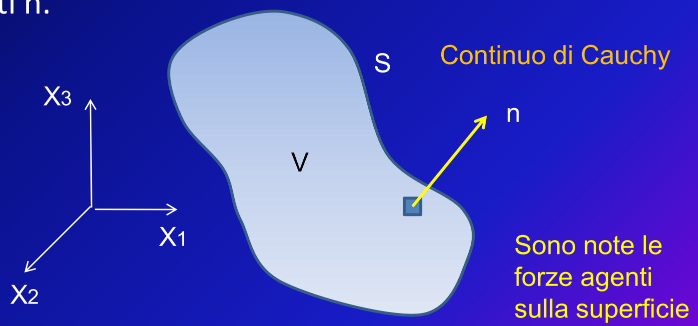
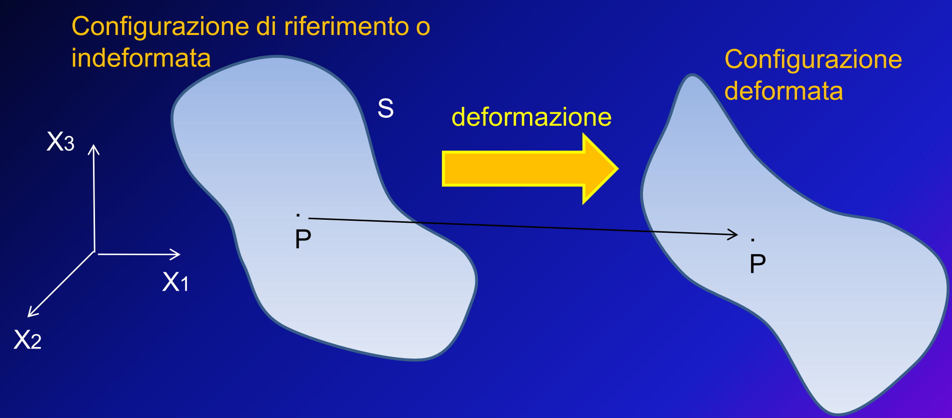
# Meccanica del continuo

- Un continuo deformabile è un corpo solido tridimensionale, che occupa un volume V all'interno di uno spazio tridimensionale individuato da un sistema di riferimento ortogonale. Tale corpo presenta una superficie esterna S sulla quale è sempre possibile individuare dei versori normali uscenti n.

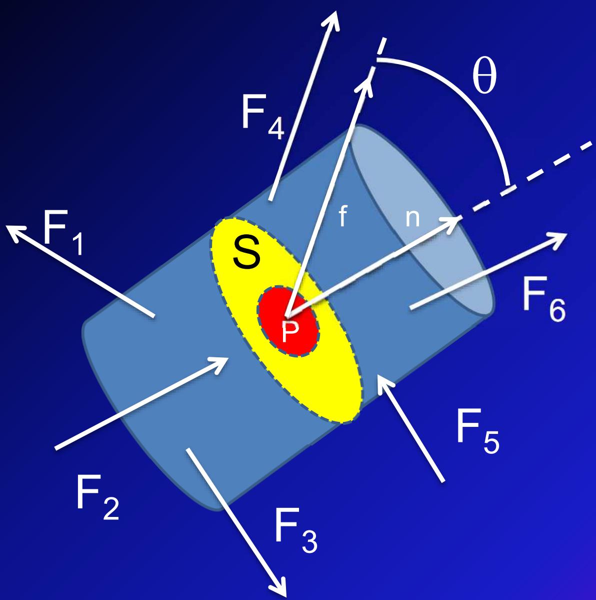



# Meccanica del continuo

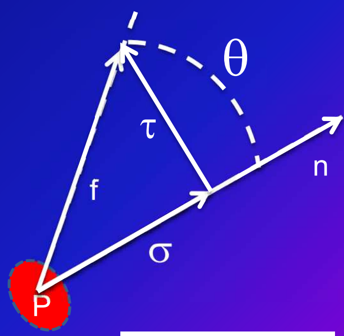



ad un punto della configurazione di riferimento corrisponde uno ed un solo punto nella nuova configurazione (e viceversa)
a punti arbitrariamente vicini nella configurazione di riferimento, corrispondono punti arbitrariamente vicini nella nuova configurazione (e viceversa)

# Sforzi unitari o tensioni




$$f = \lim_{dS \to 0} \frac{dF}{dS}$$

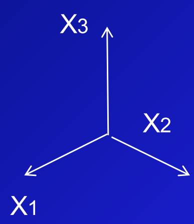


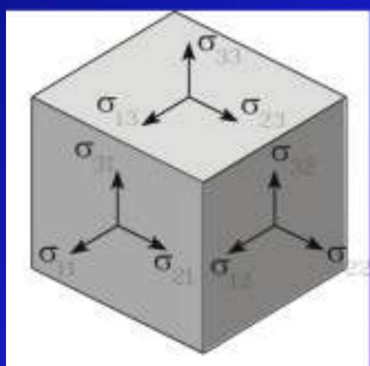

$$\sigma = f \cos\theta$$
$$\tau = f \sin\theta$$

# Sforzi normali e sforzi di taglio

I $\sigma_{ij}$ con i = j (direzione ortogonale alle facce dell'elementino) sono detti sforzi normali e sono generalmente indicati con $\sigma$

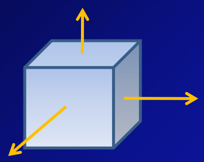
I $\sigma_{ij}$ con i ≠ j (che giacciono sulle facce dell'elementino) sono detti sforzi di taglio e sono di solito indicati con la lettera $\tau$



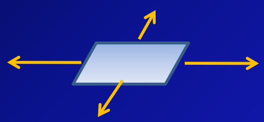



# Sforzi principali e stati di sforzo

Si può dimostrare che per ogni punto del continuo esistono tre giaciture tra loro ortogonali, chiamate piani principali, con vettori normali $n_1$, $n_2$, $n_3$ (le direzioni principali), rispetto alle quali il vettore tensione ha solo componenti normali $\sigma_I$, $\sigma_{II}$, $\sigma_{III}$ (le tensioni principali) e manca di componenti tangenziali $\tau$.



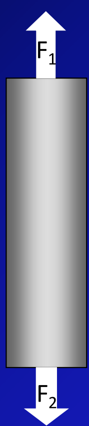
$\sigma_I$, $\sigma_{II}$, $\sigma_{III} \neq 0$ stato di sforzo tridimensionale



$\sigma_I$, $\sigma_{II} \neq 0$, $\sigma_{III} = 0$ stato di sforzo piano

$\sigma_I$, $\neq 0$, $\sigma_{II}$ $\sigma_{III} = 0$ stato di sforzo monoassiale

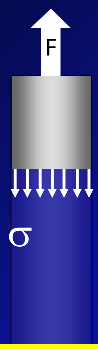
# Equilibrio dei corpi rigidi




$$\sum_i F_i = 0$$

# Azioni interne

(definizione di sforzo)




$$\sigma = \frac{F}{S}\left(\frac{[F]}{[L]^2}\right)$$

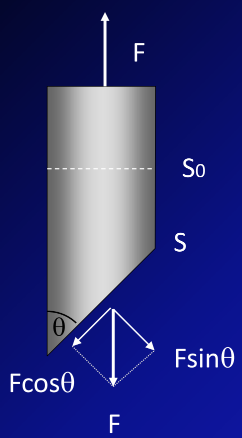
$$F = \int_s \sigma \cdot ds$$

$$\Updownarrow$$

$$F = \sigma \cdot S$$

Unità di misura dello sforzo: [MPa]
1 [MPa] =1 [N/mm$^2$] ≈ 0.1 [kg/mm$^2$]

# Sforzo agente su una superficie




$S = S_0/\sin\theta$

$\sigma = F\sin\theta/S = F\sin^2\theta/S_0$

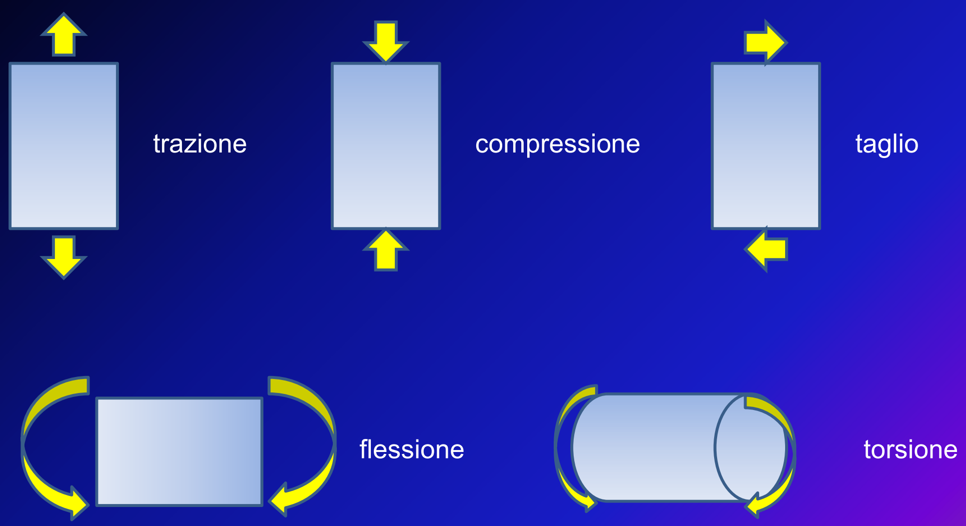
$\tau = F\cos\theta/S = F\cos\theta\sin\theta/S_0$

Lo sforzo agente su una superficie dipende dall'orientazione della superficie

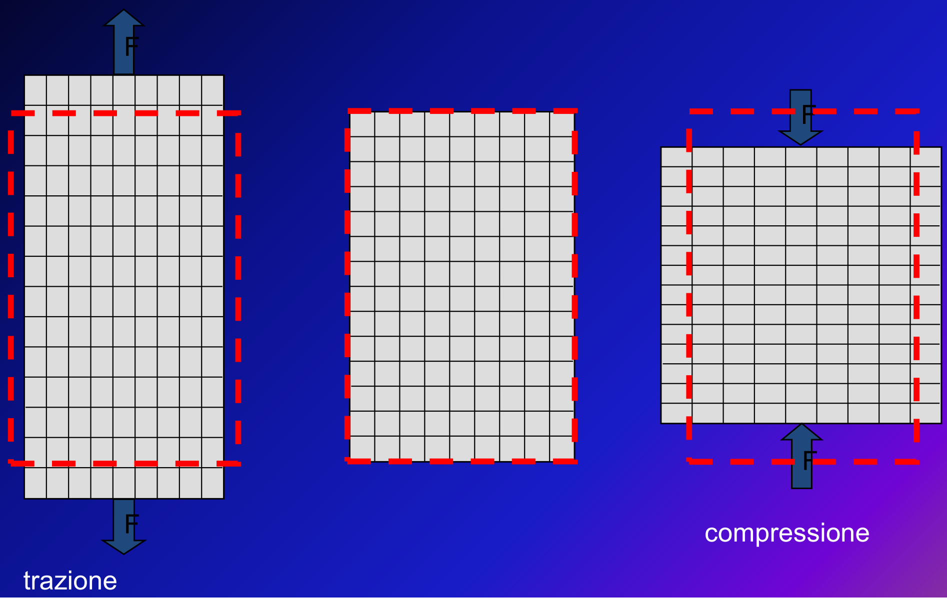
## Tipologie di sollecitazione

- Trazione
- Compressione
- Taglio
- Sollecitazioni complesse:
  - ✓Torsione
  - ✓Flessione

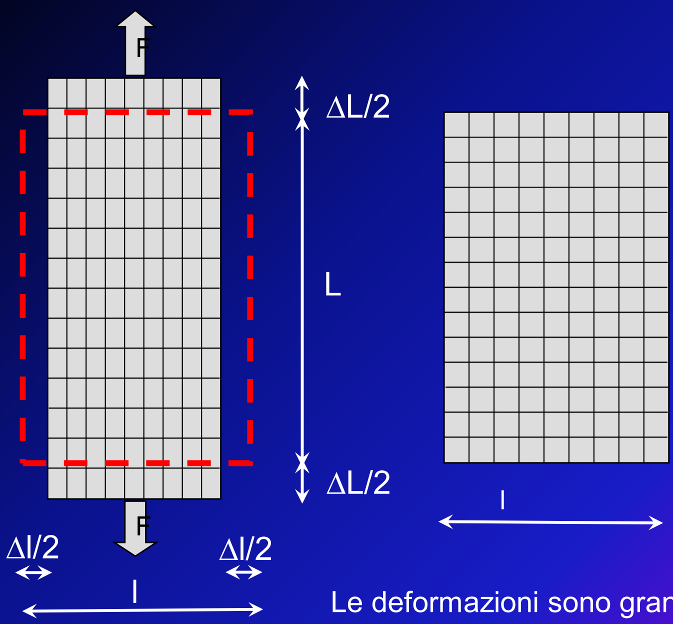
## Tipologie di sollecitazione



# Effetto di un carico di trazione/compressione




# Definizione di deformazione

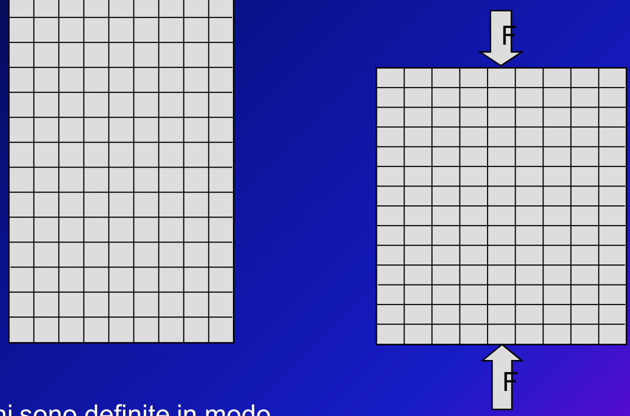



$$\varepsilon_n = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta l}{l}$$

Le deformazioni sono grandezze adimensionali

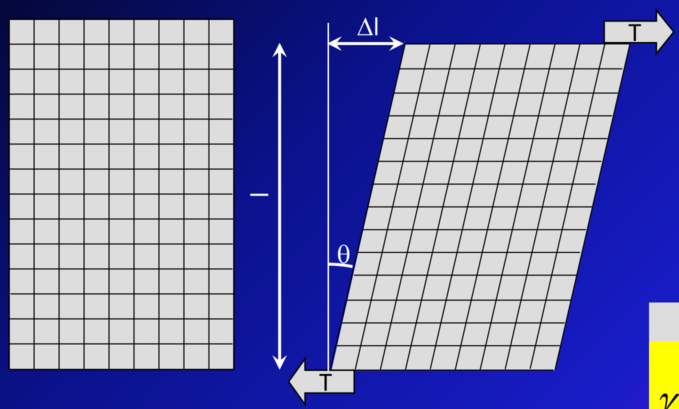
# Comportamento a compressione




Le deformazioni sono definite in modo analogo al caso di trazione

compressione

# Effetto di un carico di taglio



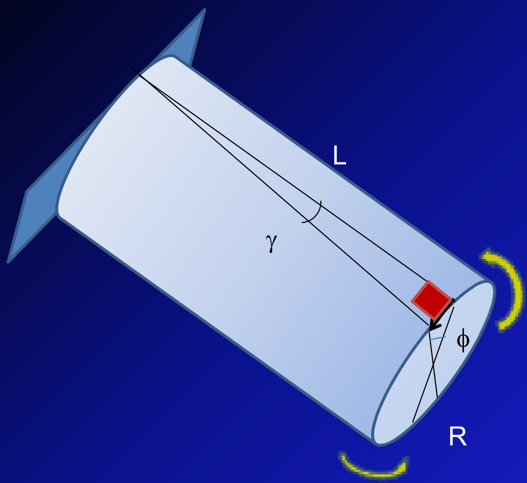

Sforzo

$$\tau = \frac{T}{S}$$

Deformazione

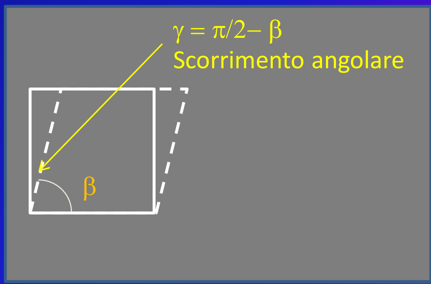
$$\gamma = \frac{\Delta l}{l} = tg(\vartheta) \cong \vartheta$$

# Torsione e carico di taglio

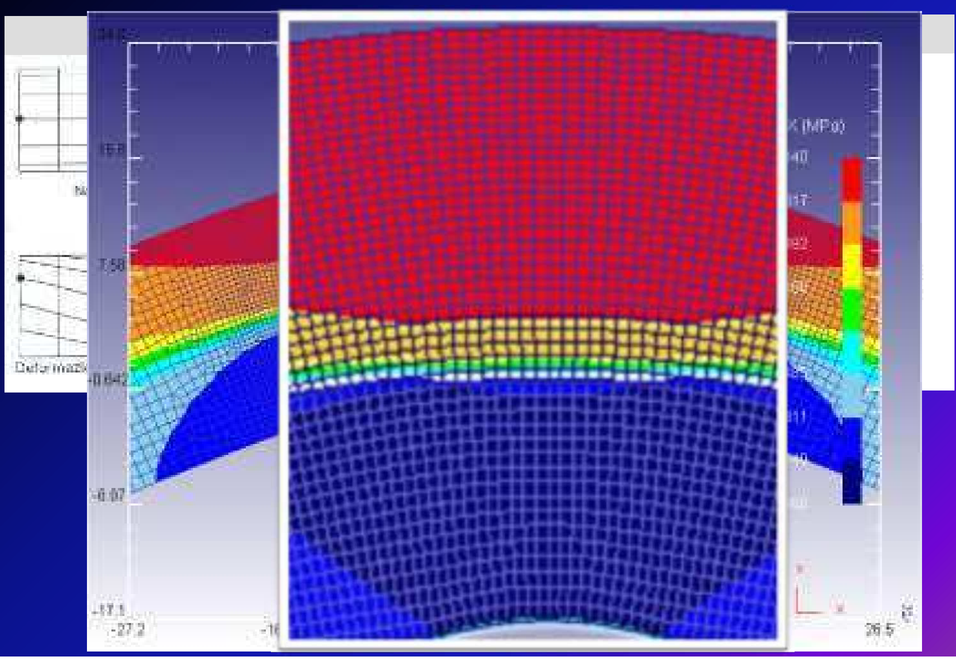



Una coppia (momento) provoca la rotazione di un estremità del corpo mentre l'altra è vincolata

$\phi R = \gamma L$




# Sollecitazioni complesse



# Legame costitutivo

Il comportamento del materiale di cui è costituito il corpo, cioè come questo si deforma per azione di forze applicate, è descritto da relazioni costitutive:

legame tra i parametri che descrivono lo stato di sollecitazione e di deformazione del corpo

$$\sigma \quad <\!-\!-\!> \quad \varepsilon$$

funzioni di risposta
($\sigma=\sigma(\varepsilon)$ oppure $\varepsilon=\varepsilon(\sigma)$)

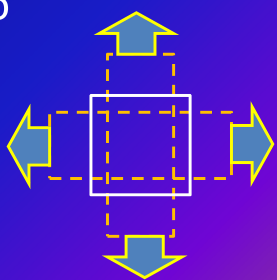
# Deformazione elastica

IPOTESI: comportamento del materiale isotropo

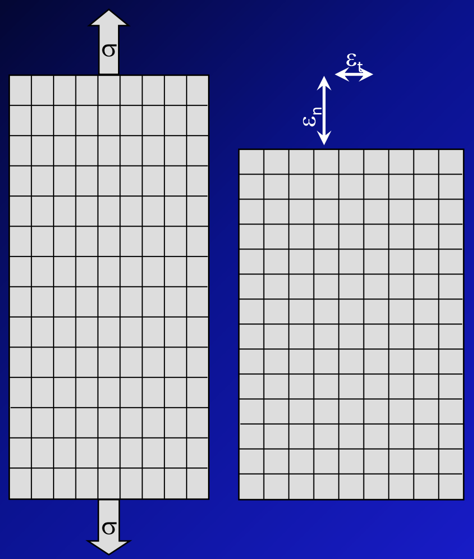
Il materiale reagisce nelle diverse direzioni in modo simile (la relazione tra $\sigma$ e $\varepsilon$ è la stessa)

Es.: isotropi -> acciaio, calcestruzzo

anisotropi -> legno, roccia



# Moduli di elasticità




$$\sigma = E \cdot \varepsilon_n$$

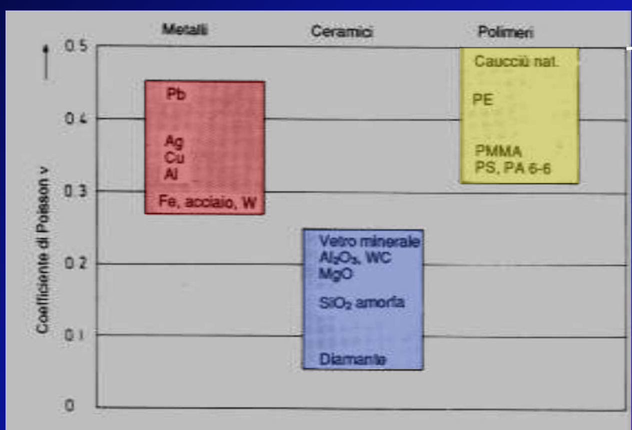
$$\varepsilon_t = -\nu \cdot \varepsilon_n$$

E = modulo di Young o modulo di elasticità longitudinale
ν= modulo di Poisson o coefficiente di contrazione trsversale

Per i materiali isotropi la deformazione elastica NON avviene a volume costante

# Modulo di Poisson

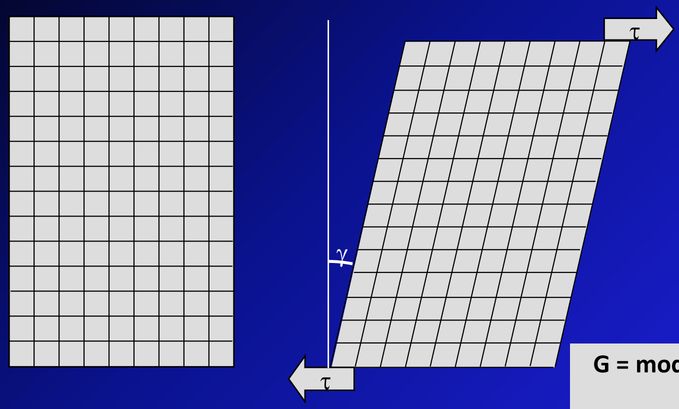
$$\varepsilon_t = -\nu \cdot \varepsilon_n$$




Deformazione elastica a volume costante

Deformazione elastica con aumento di volume

# Moduli di elasticità




$$\tau = G \cdot \gamma$$

**G = modulo di elasticità tangenziale**

I moduli di elasticità sono legati tra loro

**E=2·G·(1+ν)**

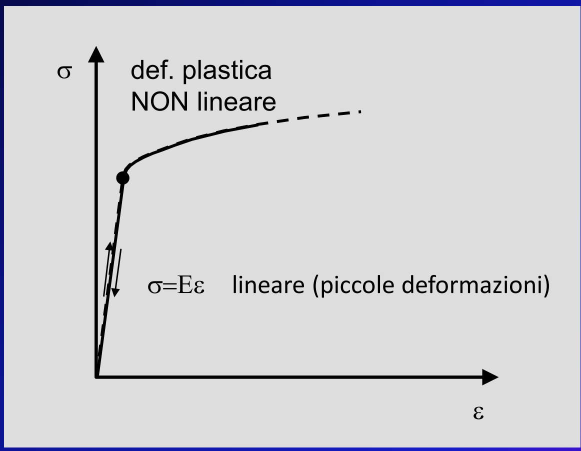
# Deformazione plastica

Deformazione elastica: è reversibile

Se rimuovo la sollecitazione torno alle dimensioni iniziali

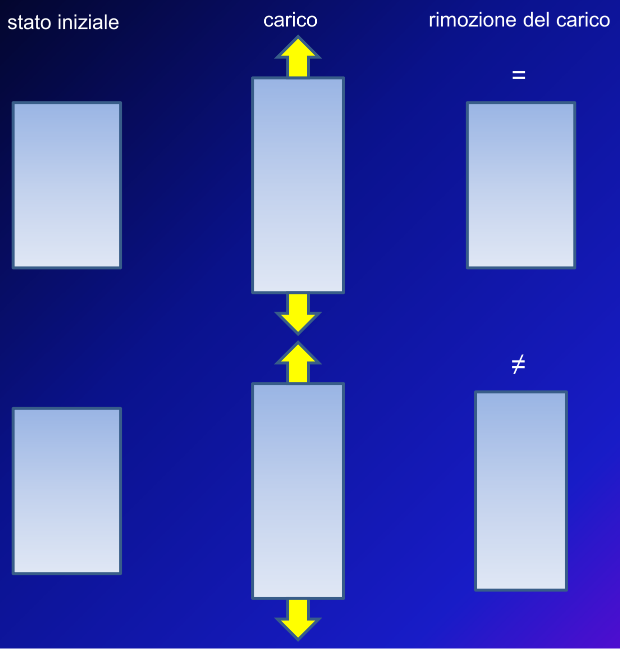
Il legame costitutivo descritto da $\sigma = E\ \varepsilon$ (lineare) è valido solo fino ad un determinato valore di sforzo, dopo il quale il materiale si rompe se è fragile o subentra una deformazione di tipo plastico, irreversibile se il materiale è duttile

# Deformazione elastica e plastica




- Il legame lineare $\sigma - \varepsilon$ vale solo fino ad un certo valore di sforzo, per cui si ha (nei materiali duttili) inizio delle deformazioni plastiche

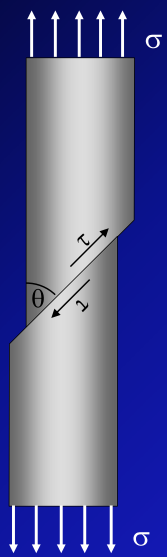
# Deformazione elastica e plastica




Deformazione elastica: rimuovendo il carico si torna alle condizioni iniziali

Deformazione plastica: rimuovendo il carico NON si torna alle condizioni iniziali

# Deformazione plastica

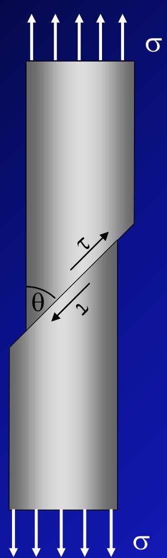



La deformazione avviene a volume costante, per scorrimento lungo piani su cui sono presenti sforzi di taglio superiori ad un valore critico.

$$\tau_\vartheta = \frac{T_\vartheta}{S_\vartheta} \quad ; \quad T_\vartheta = F \cdot \cos\vartheta$$

$$S_\vartheta = \frac{S_0}{\sin\vartheta} \quad ; \quad F = \sigma \cdot S_0$$

# Deformazione plastica




La deformazione avviene a volume costante, per scorrimento lungo piani su cui sono presenti sforzi di taglio superiori ad un valore critico.

**Legge di Schmid**

$$\tau_\vartheta = \sigma \cdot \cos\vartheta \cdot \sin\vartheta$$

## Bande di Luders

- Si formano quando il materiale comincia a deformarsi in modo plastico
- Scorrimento su piani a circa 45° (legge di Schmid)