ESERCIZIO 1

a) In assenza di imposte, la curva di offerta inversa di ciascuna impresa è data da

$$MC = p \Rightarrow p = 1 + 0{,}12y \Rightarrow y = 8{,}\bar{3}\,(p-1)$$

La curva di offerta aggregata è quindi

$$Y^S = 100 \cdot y = 100(8{,}\bar{3}\,(p-1)) \simeq 833{,}33\,(p-1)$$

$$\begin{cases} Y^d = 1\,100 - 200p \\ Y^S = 833{,}33\,(p-1) \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} p \simeq 1{,}87 \\ Y \simeq 725{,}81 \\ y \simeq 7{,}25 \end{array}$$

b) L'imposta ottimale è quella per cui il prezzo risulta uguale al costo marginale sociale. Per ciascuna impresa la funzione di costo sociale è data da

$$C(y) + CD(y) = 250 + 1{,}8y + 0{,}08y^2$$

$$\Rightarrow p = 1{,}8 + 0{,}16y \Rightarrow y = 6{,}25(p - 1{,}8)$$

$$\Rightarrow Y^S = 100 \cdot y = 625\,(p - 1{,}8)$$

$$\begin{cases} Y^S = 625(p - 1{,}8) \\ Y^D = 1\,100 - 200p \end{cases} \longrightarrow p \simeq 2{,}7$$

La produzione "socialmente ottima" di energia va calcolata a partire dalla curva di domanda (si ricordi che il ricavo dei produttori è diverso dal prezzo a causa dell'imposta!)

$$Y^D = (1\,100 - 200\cdot(2{,}7)) = 560$$

$$y = 5{,}6$$

Calcoliamo ora il costo marginale privato corrispondente ad una produzione di 5,6

$MC(5,6) = 1 + 0,12 \cdot 5,6 = 1,67$

$I = P - MC = 2,7 - 1,67 \simeq 1$

c) Il costo del disinquinamento relativo alla singola impresa è

$CD(y) = 0,8 \cdot 5,6 + 0,02 \cdot 5,6^2 \cong 5,11$

Il costo totale di disinquinamento è

$CTD = 100 \cdot CD(y) = 511$

Il ricavo lordo per lo stato è

$560 \cdot 1 = 560$

Il ricavo netto è $560 - 511 = 49$.

ESERCIZIO 2

a) Per determinare le quantità ottimali di lungo periodo, si eguaglia il saggio marginale di sostituzione tecnica al rapporto tra i prezzi dei fattori produttivi.

$$MRST = -\frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{w}{r}$$

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 0{,}5\,L^{-0{,}5}K^{0{,}5} = \frac{1}{2}\left(\frac{K}{L}\right)^{0{,}5}$$

$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{1}{2}\left(\frac{L}{K}\right)^{0{,}5}$$

$$\frac{\cancel{\frac{1}{2}}\left(\frac{K}{L}\right)^{0{,}5}}{\cancel{\frac{1}{2}}\left(\frac{L}{K}\right)^{0{,}5}} = \frac{w}{r} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{w}{r} \Rightarrow K = \frac{w}{r}L$$

I) $w = 4$ e $r = 4 \Rightarrow K = L$

$$Q = L^{0{,}5}K^{0{,}5} = L^{0{,}5}L^{0{,}5} \Rightarrow Q = L = K = 30$$

$$TC = wL + rK = 4\cdot 30 + 4\cdot 30 = 240$$

II) $w = 9$ e $r = 4 \Rightarrow K = \frac{9}{4}L$

$$Q = L^{0{,}5}K^{0{,}5} = L^{0{,}5}\cdot\left(\frac{9}{4}L\right)^{0{,}5} = \frac{3}{2}L \Rightarrow L = 20,\ K = 45$$

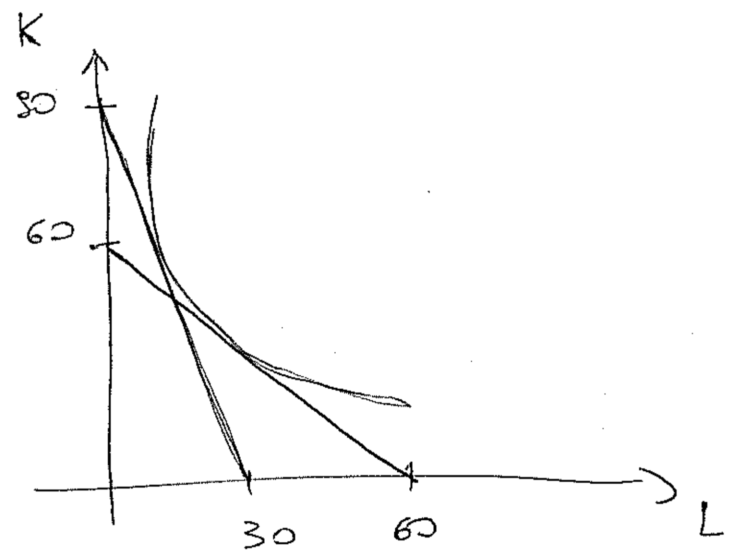
$$TC = wL + rK = 9\cdot 20 + 4\cdot 45 = 360$$

b) L'isoquanto è un ramo di iperbole

$$L^{0{,}5}K^{0{,}5} = 30 \Rightarrow K = \frac{900}{L}$$

$w = 4 \Rightarrow 240 = 4L + 4K$ $\quad$ $K = 60 - L$ $\rightarrow$ isocosto!

$w = 9 \Rightarrow 360 = 9L + 4K$ $\quad$ $K = 90 - \frac{9}{4}L$ $\rightarrow$ isocosto



c) La funzione di produzione ha rendimenti di scala costanti. Infatti

$$Q(\theta L, \theta K) = (\theta L)^{0,5}(\theta K)^{0,5} = \theta L^{0,5}K^{0,5} = \theta Q(L,K)$$

d) Poiché i rendimenti di scala sono costanti, non ci sono economie di scala e nemmeno diseconomie di scala.
Anche il costo medio sarà costante:

$$AC = \frac{TC}{Q} = \frac{360}{45} = 8$$