Soluzione Esercizio 1

```
> restart;
```

a) Calcoliamo le funzioni di domanda del fattore lavoro e del fattore capitale condizionate a q. Sappiamo che il punto di ottimo per l'impresa, dal lato della produzione, corrisponde ad un punto dove l'isocosto è tangente all'isoquanto q, dove q rappresenta l'output. Abbiamo quindi due condizioni da rispettare:

```
> prod:=10*L^(3/5)*K^(2/5);
```

$$prod := 10\, L^{3/5} K^{2/5}$$

```
> prod_marg_L:=diff(prod,L);
```

$$prod\_marg\_L := \frac{6\, K^{2/5}}{L^{2/5}}$$

```
> prod_marg_K:=diff(prod,K);
```

$$prod\_marg\_K := \frac{4\, L^{3/5}}{K^{3/5}}$$

```
> STS:=-prod_marg_L/prod_marg_K;
```

$$STS := -\frac{3}{2}\,\frac{K}{L}$$

```
> tangency_condition:=STS=-w/r;
```

$$tangency\_condition := -\frac{3}{2}\,\frac{K}{L} = -\frac{w}{r}$$

```
> efficient_production:=prod=q;
```

$$efficient\_production := 10\, L^{3/5} K^{2/5} = q$$

Risolviamo la prima condizione per K

```
> solve(tangency_condition,K);
```

$$\frac{2}{3}\,\frac{w\, L}{r}$$

```
> K:=%;
```

$$K := \frac{2}{3}\,\frac{w\, L}{r}$$

La seconda condizione diventa

```
> eq2:=10*L*w^(2/5)*r^(-2/5)*(2/3)^(2/5)=q;
```

$$eq2 := \frac{10}{3}\,\frac{L\, w^{2/5}\, 2^{2/5}\, 3^{3/5}}{r^{2/5}} = q$$

```
> solve(eq2,L);
```

$$\frac{1}{20}\,\frac{q\, r^{2/5}\, 2^{3/5}\, 3^{2/5}}{w^{2/5}} \qquad (1)$$

```
> L:=%;
```

$$L := \frac{1}{20}\,\frac{q\, r^{2/5}\, 2^{3/5}\, 3^{2/5}}{w^{2/5}}$$

```
> K;
```

$$\frac{1}{30} \frac{w^{3/5} q \, 2^{3/5} \, 3^{2/5}}{r^{3/5}}$$

Abbiamo ottenuto le due domande condizionate di L e K.

b) Determiniamo la funzione di costo totale.

```
> costo_totale:=w*L+r*K;
```

$$costo\_totale := \frac{1}{12} w^{3/5} q \, r^{2/5} \, 2^{3/5} \, 3^{2/5}$$

Possiamo a questo punto calcolare la funzione di costo medio (AC) e di costo marginale (MC)

```
> AC:=costo_totale/q;
```

$$AC := \frac{1}{12} w^{3/5} r^{2/5} \, 2^{3/5} \, 3^{2/5}$$

```
> MC:=diff(costo_totale,q);
```

$$MC := \frac{1}{12} w^{3/5} r^{2/5} \, 2^{3/5} \, 3^{2/5}$$

> $w := 4;$

$$w := 4 \tag{2}$$

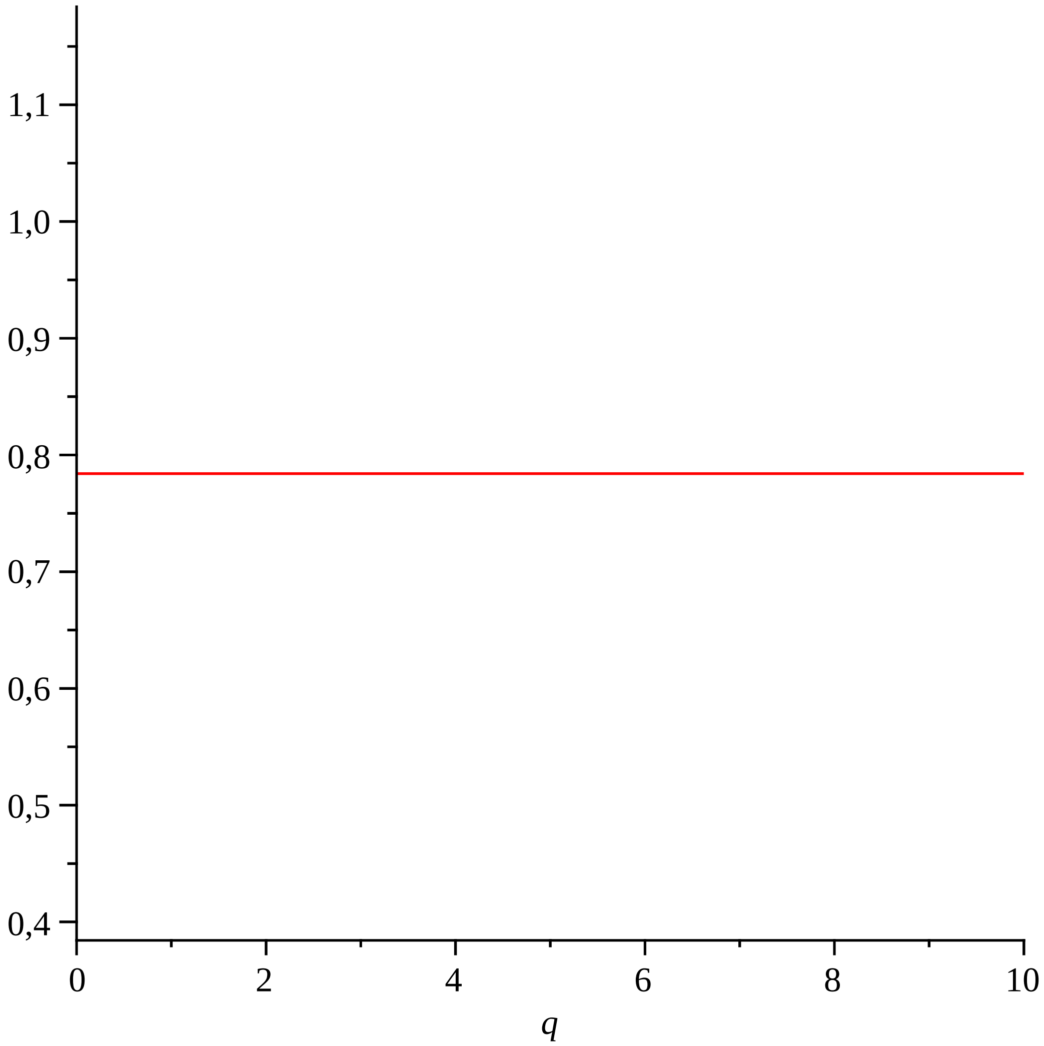
> $r := 4;$

$$r := 4 \tag{3}$$

> $AC, MC;$

$$\frac{1}{3} 2^{3/5} \, 3^{2/5}, \; \frac{1}{3} 2^{3/5} \, 3^{2/5} \tag{4}$$

> $plot(AC, q = 0..10);$



c) Se l'innovazione cambia la funzione di produzione dobbiamo ripetere tutto il procedimento

```
> restart;
> prod:=20*L^(3/5)*K^(2/5);
```

$$prod := 20\, L^{3/5}\, K^{2/5}$$

```
> prod_marg_L:=diff(prod,L);
```

$$prod\_marg\_L := \frac{12\, K^{2/5}}{L^{2/5}}$$

```
> prod_marg_K:=diff(prod,K);
```

$$prod\_marg\_K := \frac{8\, L^{3/5}}{K^{3/5}}$$

```
> STS:=-prod_marg_L/prod_marg_K;
```

$$STS := -\frac{3}{2}\,\frac{K}{L}$$

```
> tangency_condition:=STS=-w/r;
```

$$tangency\_condition := -\frac{3}{2}\,\frac{K}{L} = -\frac{w}{r}$$

```
> efficient_production:=prod=q;
```

$$efficient\_production := 20\, L^{3/5}\, K^{2/5} = q$$

Risolviamo la prima condizione per K

```
> solve(tangency_condition, K);
```

$$\frac{2}{3}\,\frac{w\,L}{r}$$

```
> K:=%;
```

$$K := \frac{2}{3}\,\frac{w\,L}{r}$$

La seconda condizione diventa

```
> eq2:=20*L*(2/3)^(2/5)*w^(2/5)*r^(-2/5)=q;
```

$$eq2 := \frac{20}{3}\,\frac{L\,2^{2/5}\,3^{3/5}\,w^{2/5}}{r^{2/5}} = q$$

```
> solve(eq2, L);
```

$$\frac{1}{40}\,\frac{q\,r^{2/5}\,2^{3/5}\,3^{2/5}}{w^{2/5}}$$

```
> L:=%;
```

$$L := \frac{1}{40}\,\frac{q\,r^{2/5}\,2^{3/5}\,3^{2/5}}{w^{2/5}}$$

```
> K;
```

$$\frac{1}{60}\,\frac{w^{3/5}\,q\,2^{3/5}\,3^{2/5}}{r^{3/5}}$$

Abbiamo ottenuto le due domande condizionate di L e K. Determiniamo la funzione di costo totale.

```
> costo_totale:=w*L+r*K;
```

$$costo\_totale := \frac{1}{24}\,w^{3/5}\,q\,r^{2/5}\,2^{3/5}\,3^{2/5}$$

$$> evalf\left(\frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{24}}\right);$$

$$2. \qquad \textbf{(5)}$$

Il costo totale si riduce di 2 volte.

```
>
```

Soluzione Esercizio 2

```
> restart;
```

a) impostiamo la funzione del profitto e la massimizziamo rispetto a q.

```
> p:=100-2*q;
```

$$p := 100 - 2\,q$$

```
> costo:=4*q;
```

$$costo := 4\,q$$

```
> pi:=p*q-costo;
```

$$\pi := (100 - 2\,q)\,q - 4\,q$$

```
> cpo:=diff(pi,q);
```

$$cpo := -4\,q + 96$$

```
> solve(cpo,q);
```

$$24$$

```
> q := %;
```

$$q := 24 \qquad (1)$$

```
> p;
```

$$52 \qquad (2)$$

```
> pi;
```

$$1152 \qquad (3)$$

abbiamo determinato il prezzo di monopolio (52), l'output (24) ed il profitto di monopolio (1152). Sappiamo che l'elasticità della domanda rispetto al prezzo è data dalla derivata della funzione di domanda diretta rispetto al prezzo moltiplicata per il rapporto tra il prezzo (52) e la quantità (24). Occorre innanzitutto invertire la funzione di domanda. Si ottiene: $q = 50 - \left(\frac{1}{2}\right) \cdot p$. La derivata rispetto a p è pari a $-\frac{1}{2}$. Quindi l'elasticità è $-\frac{1}{2} \cdot \frac{52}{24} = -1.08$. L'area del profitto che dovete tracciare sul grafico è un rettangolo con vertice in alto a sinistra dato dal livello del prezzo, quindi sull'asse delle ordinate e pari a 52, vertice in alto a destra con coordinate (52,24), vertice in basso a destra con coordinate (4,24), vertice in basso a destra con coordinate (4,0).

b) In presenza di mercato concorrenziale il prezzo è uguale al costo marginale. Quindi $p = 4$. Ma $p = 100 - 2 \cdot q$. Quindi $100 - 2 \cdot q = 4$. Si ricava $q = 48$, che rappresenta l'output prodotto da un mercato concorrenziale. Il prezzo è ovviamente 4. Il profitto è 0. L'equilibrio è un punto sulla funzione di domanda con coordinate (4,48).

c) La deidweight loss è la perdita secca di efficienza dovuta alla presenza di monopolio rispetto all'equilibrio concorrenziale, che fornisce l'efficienza massima. Nel nostro caso è l'area di un triangolo rettangolo con vertice alto dato dal punto con coordinate (52,24), vertice in basso a destra con coordinate (4,24) e in basso a sinistra con coordinate (4,48). Il valore dell'area è pari a $(52 - 4) \cdot (48 - 24) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 576$.

Soluzione Esercizio 4

```
> restart;
> Invest:=50;
```

$$Invest := 50$$

```
> C:=5+0.8*Yd;
```

$$C := 5 + 0.8\ Yd$$

```
> G:=40;
```

$$G := 40$$

```
> t:=0.25;
```

$$t := 0.25$$

```
> TR:=20;
```

$$TR := 20$$

a) Calcolo del PIL. Sappiamo che la DA in equilibrio è uguale al reddito, e che DA = C + I + G. Inoltre sappiamo che Yd = (1-t)Y + TR. Quindi la funzione del consumo privato è data da:

```
> Yd:=(1-t)*Y+TR;
```

$$Yd := 0.75\ Y + 20$$

```
> C;
```

$$21.0 + 0.600\ Y$$

Pertanto la DA è data da

```
> DA:=C+Invest+G;
```

$$DA := 111.0 + 0.600\ Y$$

Il mercato dei beni è in equilbrio quando DA = Y. Quindi

```
> equilibrio_beni:=DA=Y;
```

$$equilibrio\_beni := 111.0 + 0.600\ Y = Y$$

```
> solve(equilibrio_beni,Y);
```

$$277.5000000$$

```
> Y:=%;
```

$$Y := 277.5000000$$

```
> T:=t*Y;
```

$$T := 69.37500000$$

```
> bilancio_statale:=T-G-TR;
```

$$bilancio\_statale := 9.37500000$$

b) Occorre aumentare il reddito e quindi il PIL al livello di piena occupazione. Quindi Y = 300. La spesa pubblica G diventa un incognita. Pertanto

```
> restart;
> Y:=300;
```

$$Y := 300$$

```
> Invest:=50;
```

$$Invest := 50$$

```
> C:=5+0.8*Yd;
```

$$C := 5 + 0.8\ Yd$$

```
> t:=0.25;
```
$$t := 0.25$$

```
> TR:=20;
```
$$TR := 20$$

Il reddito disponibile è pertanto

```
> Yd:=(1-t)*Y+TR;
```
$$Yd := 245.00$$

Mentre la domanda aggregata tiene conto della spesa pubblica come incognita

```
> DA:=C+Invest+G;
```
$$DA := 251.000 + G$$

Il nuovo equilibrio di piena occupazione viene raggiunto quando G soddisfa la comdizione DA = 300.

```
> equilibrio_beni:=DA=Y;
```
$$equilibrio\_beni := 251.000 + G = 300$$

```
> solve(equilibrio_beni,G);
```
$$49.$$

```
> G:=%;
```
$$G := 49.$$

```
> T:=t*Y;
```
$$T := 75.00$$

```
> bilancio_statale:=T-G-TR;
```
$$bilancio\_statale := 6.00$$

L'incremento di spesa pubblica è pari a 9, e questo comporta una riduzione del surplus di bilancio, che passa da 9.375 a 6.

c) In questo caso non viene utilizzata la leva della spesa pubblica ma quella dei trasferimenti. Quindi Y = 300, G = 40, mentre TR diventa un incognita. Il procedimento è simile a quello del punto b)

```
> restart;
```

```
> Y:=300;
```
$$Y := 300$$

```
> Invest:=50;
```
$$Invest := 50$$

```
> C:=5+0.8*Yd;
```
$$C := 5 + 0.8\, Yd$$

```
> t:=0.25;
```
$$t := 0.25$$

```
> G:=40;
```
$$G := 40$$

Il reddito disponibile è

```
> Yd:=(1-t)*Y+TR;
```
$$Yd := 225.00 + TR$$

La domanda aggregata ha TR come incognita

```
> DA:=C+Invest+G;
```
$$DA := 275.000 + 0.8\,TR$$

IL nuovo equilibrio di piena occupazione viene raggiunto quando TR soddisfa la condizione DA = 300

```
> equilibrio_beni:=DA=Y;
```
$$equilibrio\_beni := 275.000 + 0.8\,TR = 300$$

```
> solve(equilibrio_beni,TR);
```
$$31.25000000$$

```
> TR:=%;
```
$$TR := 31.25000000$$

```
> T:=t*Y;
```
$$T := 75.00$$

```
> bilancio_statale:=T-G-TR;
```
$$bilancio\_statale := 3.75000000$$

I trasferimenti aumentano di 11.25, ed il bilancio statale peggiora da 9.375 a 3.750. Tale peggioramento è superiore a quello che si ottiene con l'incremento di G perché i TR sono meno efficaci nell'influenzare la spesa pubblica.

d) Occorre utilizzare t come incognita. Si imposta quindi innanzitutto la condizione di equilibrio tra DA e Y.

```
> restart;
> Invest:=50;
```
$$Invest := 50$$

```
> C:=5+0.8*Yd;
```
$$C := 5 + 0.8\,Yd$$

```
> G:=40;
```
$$G := 40$$

```
> TR:=31.25;
```
$$TR := 31.25$$

```
> Yd:=(1-t)*Y+TR;
```
$$Yd := (1 - t)\,Y + 31.25$$

```
> DA:=C+Invest+G;
```
$$DA := 120.000 + 0.8\,(1 - t)\,Y$$

```
> equilibrio_beni:=DA=Y;
```
$$equilibrio\_beni := 120.000 + 0.8\,(1 - t)\,Y = Y$$

Inoltre impostiamo una seconda equazione, che deve garantire un ritorno del deficit di bilancio a 9.375.

```
> T:=t*Y;
```
$$T := t\,Y$$

```
> bilancio_statale:=T-G-TR=9.375;
```
$$bilancio\_statale := t\,Y - 71.25 = 9.375$$

```
> solve({equilibrio_beni,bilancio_statale},{Y,t});
```
$$\{Y = 277.5000000,\ t = 0.2905405405\}$$

>

Il PIL diminuisce di 22.5 e torna alla situazione iniziale, mentre l'aliquota di imposta sale di 4 punti percentuali.