

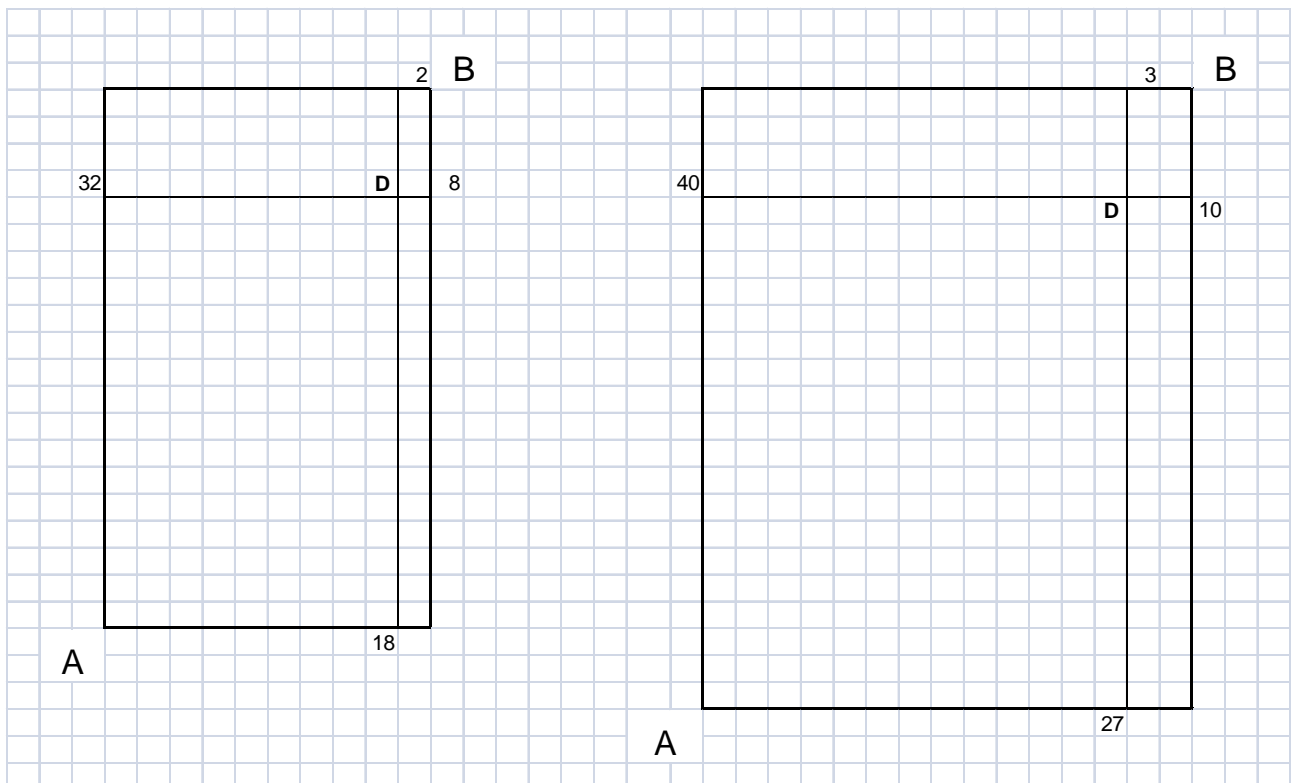
Esercizio 1

Due individui, A e B, presentano una struttura di preferenze sui beni x e y data da $U_i=(x_i y_i)^2$, $i=A, B$. Le quantità disponibili di x e y sono, rispettivamente, 20 e 40. Le dotazioni di A sono pari al 90% della quantità disponibile del bene x ed all'80% del bene y.

- Rappresentare graficamente la scatola di Edgeworth e l'allocazione corrispondente alle dotazioni iniziali. [3 punti]
- Calcolare le funzioni di domanda dei due beni per entrambi i consumatori, le funzioni di eccesso di domanda e l'espressione della curva dei contratti. [10 punti]
- Calcolare il prezzo relativo di equilibrio e l'allocazione che corrisponde all'equilibrio economico generale, rappresentandolo graficamente. [10 punti]
- Si supponga che il Governo ritenga non equa l'allocazione dei beni raggiunta nel punto (c). Si determini il trasferimento nella dotazione del bene x necessario per giungere ad un nuovo equilibrio in cui il meccanismo di mercato alloca i beni x ed y in parti uguali. [10 punti]

Soluzione Esercizio 1

- La figura seguente rappresenta la scatola di Edgeworth.
L'allocazione iniziale è data da:
 - matricole pari: $\omega_A=(18, 32)$ e $\omega_B=(2, 8)$
 - matricole dispari: $\omega_A=(27, 36)$ e $\omega_B=(3, 9)$



b) Matricole pari $U_i = U_i = x_i^2 y_i^2$, $i=A, B$

$$\begin{aligned} SMS_A &= - (\partial U / \partial x_A) / (\partial U / \partial y_A) = - p_{x_A} / p_{y_A} \\ &= - 2x_A y_A^2 / 2x_A^2 y_A = - y_A / x_A = - p_x / p_y \end{aligned}$$

$$p_x x_A + p_y y_A = 18p_x + 32p_y$$

$$y_A = p_x / p_y x_A$$

$$p_x x_A + p_y (p_x / p_y x_A) = 18p_x + 32p_y$$

$$2 p_x x_A = 18p_x + 32p_y$$

La funzione di domanda per A è:

$$x_A = 9 + 16 p_y / p_x$$

$$y_A = 9 p_x / p_y + 16$$

$$\begin{aligned} SMS_B &= - (\partial U / \partial x_B) / (\partial U / \partial y_B) = - p_{x_B} / p_{y_B} \\ &= - 2x_B y_B^2 / 2x_B^2 y_B = - y_B / x_B = - p_x / p_y \end{aligned}$$

$$p_x x_B + p_y y_B = 2p_x + 8p_y$$

$$y_B = p_x / p_y x_B$$

$$p_x x_B + p_y (p_x / p_y x_B) = 2p_x + 8p_y$$

$$2p_x x_B = 2p_x + 8p_y$$

La funzione di domanda per B è:

$$x_B = 1 + 4 p_y / p_x$$

$$y_B = p_x / p_y + 4$$

La funzione di eccesso di domanda del bene x (y) è data dalla somma della domanda degli agenti per il bene x (y) meno le dotazioni iniziali.

$$\begin{aligned} z(x) &= x_A + x_B - \omega_x^A - \omega_x^B \\ &= 9 + 16 p_y / p_x + 1 + 4 p_y / p_x - 20 \\ &= -10 + 20 p_y / p_x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z(y) &= y_A + y_B - \omega_y^A - \omega_y^B \\ &= 9 p_x / p_y + 16 + p_x / p_y + 4 - 40 \\ &= -20 + 10 p_x / p_y \end{aligned}$$

La curva dei contratti è il luogo dei punti "Pareto efficienti". È definita dall'equazione $SMS_A = SMS_B$ unitamente ai vincoli costituiti dalle risorse disponibili.

$$- y_A / x_A = - y_B / x_B \Rightarrow x_A y_B = y_A x_B$$

$$x_A + x_B = 20 \Rightarrow x_A = 20 - x_B$$

$$y_A + y_B = 40 \Rightarrow y_A = 40 - y_B$$

$$(20 - x_B) y_B = (40 - y_B) x_B$$

$$20 y_B - x_B y_B = 40 x_B - x_B y_B$$

$$20 y_B = 40 x_B$$

$$y_B = 2x_B$$

c) In equilibrio, l'eccesso di domanda in ciascun mercato è nullo.

$$z(x) = 0$$

$$-10 + 20 p_y/p_x = 0$$

$$p_y/p_x = 1/2$$

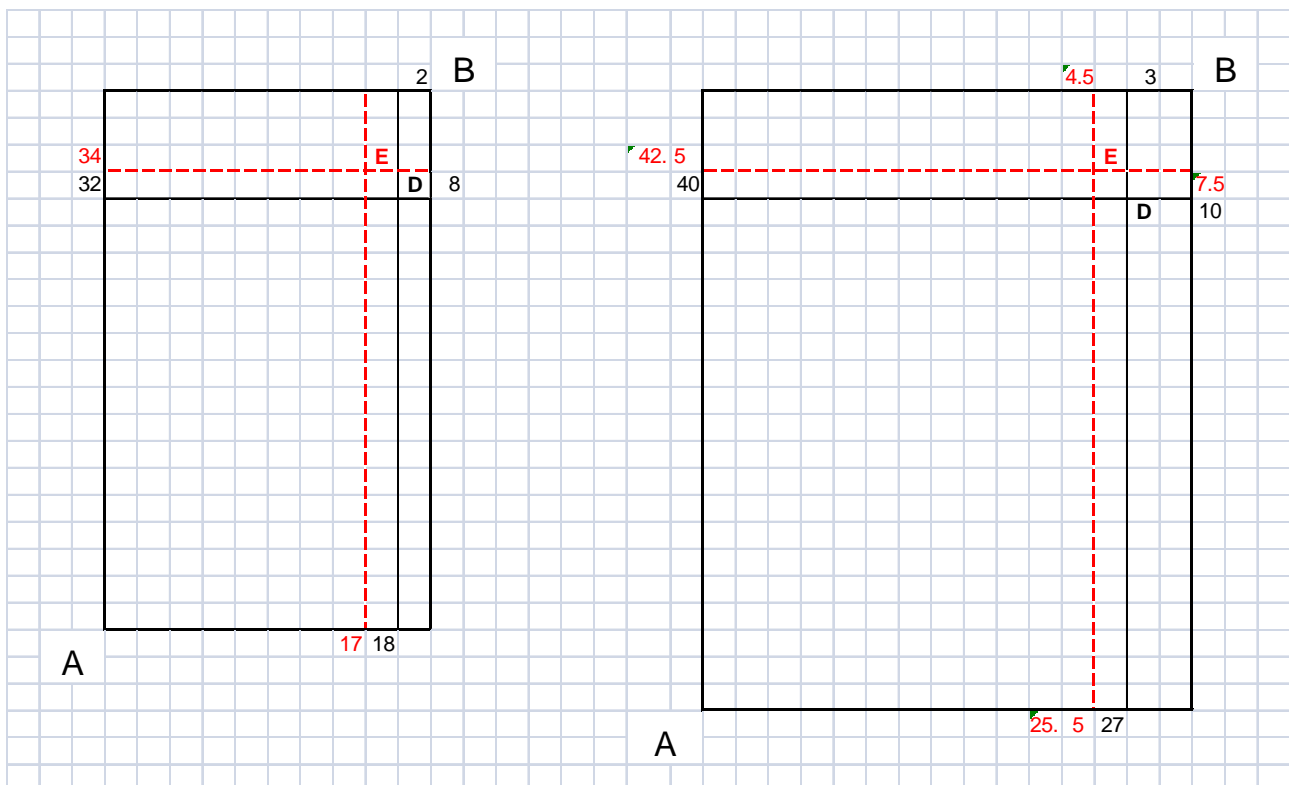
L'allocazione corrispondente all'equilibrio economico generale si ottiene sostituendo l'espressione del prezzo relativo nella funzione di domanda:

$$x_A = 9 + 16 \cdot 1/2 = 17$$

$$y_A = 9 \cdot 2 + 16 = 34$$

$$x_B = 1 + 4 \cdot 1/2 = 3$$

$$y_B = 2 + 4 = 6$$



- d) Il Governo desidera che A e B consumino, in equilibrio, la stessa quantità dei beni x ed y. Poiché le funzioni di utilità dei due consumatori sono identiche, per ottenere il risultato è possibile ridistribuire unicamente le dotazioni del bene x.

Siano ω_A e ω_B le dotazioni del bene x che consentono di raggiungere il risultato desiderato.

Il trasferimento viene determinato come differenza tra ω_i ed x_i .

$$\omega_A + \omega_B = 20$$

$$\omega_B = 20 - \omega_A$$

$$x_A = x_B$$

$$x_A = 9 + 16 p_y/p_x = \omega_A/2 + 16 p_y/p_x = 1 + 4 p_y/p_x = \omega_B/2 + 4 p_y/p_x = (20 - \omega_A)/2 + 4 p_y/p_x = x_B$$

$$\omega_A/2 + 16 p_y/p_x = (20 - \omega_A)/2 + 4 p_y/p_x$$

$$\omega_A = 10 + 4 p_y/p_x - 16 p_y/p_x$$

Poiché la funzione di eccesso di domanda $z(x)$ non cambia, il prezzo di equilibrio non varia.

$$\omega_A = 10 - 12 p_y/p_x = 10 - 12 \cdot 1/2 = 4$$

È quindi necessario, al fine di conseguire una allocazione perfettamente egalitaria, trasferire $18-4=14$ unità del bene x dall'individuo A all'individuo B.

| Prezzi (Euro) | 2004 | 2008 |
|---|-------------|-------------|
| latte (euro/litro) | 0,94 | 1,11 |
| benzina (euro/litro) | 1,04 | 1,35 |
| navigatore satellitare (euro) | 2.200,00 | 250 |
| appartamento (euro/mq) | 3.500,00 | 3.100,00 |
| Quantità | 2004 | 2008 |
| latte (migliaia di tonnellate) | 10.728 | 11.596 |
| benzina (migliaia tonnellate) | 11.900 | 12700 |
| navigatore satellitare (migliaia unità) | 23 | 2.038 |
| appartamento (unità) | 770.000 | 660.000 |

c)

| | |
|------------------------|------------|
| PIL nom = PIL rea 2004 | 2695073060 |
| PIL nom 2008 | 2046539517 |
| PIL rea 2008 | 2314507708 |

d)

| | |
|---------------------------|------------|
| indice prezzi 2008 | |
| prezzi 2008*quantità 2004 | 2387033723 |
| PIL nom 2004 (anno base) | 2695073060 |

| | |
|----------------------------------|-------|
| | 89% |
| inflazione diminuita nel periodo | -11% |
| diminuzione inflazione annuale | -2,8% |

| | produce | trattiene | vende | valore beni scambiati | va |
|-----------------------------|----------|-----------|-------|--------------------------------------|------|
| agricolo | 450 | 10 | 440 | 440 | 440 |
| prima trasf | 800 | 120 | 680 | 680 | 240 |
| seconda trasf | 1300 | 250 | 1050 | 1050 | 370 |
| finale | 2000 | 0 | 2000 | 2000 | 950 |
| a) PIL | 2000 | | | | |
| valore beni scambiati | | | | 4170 | |
| va | 2000 | | | | |
| b) Il PIL non cambia = 2000 | | | | | |
| valore beni scambiati | agricolo | 450 | 10 | 440 | |
| | trasform | 1300 | 250 | 1050 | |
| | finale | 2000 | 0 | 2000 | |
| | | | | | 3490 |
| mancano i | | | | 680 della vendita da prima a seconda | |
| | | | | 610 | |
| | | | | 2000 | |

SOLUZIONE ESERCIZIO 4

La funzione di utilità del consumatore è data da: $U(x, y) = 2x^{1/2}(y - 4)^{1/2}$

- a) Per determinare la funzione di domanda ordinaria occorre porre la condizione di tangenza ($SMS = -p_x/p_y$) e considerare che tutto il reddito disponibile è esaurito ($p_x x + p_y y = M$).

Il primo passo è il calcolo del SMS:

$$\begin{aligned} SMS &= - (\partial U / \partial x) / (\partial U / \partial y) = -p_x / p_y \\ &= x^{-1/2} (y - 4)^{1/2} / x^{1/2} (y - 4)^{-1/2} = (y - 4) / x = p_x / p_y \end{aligned}$$

Risolviendo il sistema

$$(y - 4) / x = p_x / p_y$$

$$p_x x + p_y y = M$$

si ottengono le funzioni di domanda ordinaria per i due beni:

$$x^* = (M - 4p_y) / 2p_x$$

$$y^* = (M + 4p_y) / 2p_y$$

NB Per avere $x^* > 0$ deve essere $M > 4p_y$.

- b) Siano $p_x = 2$, $p_y = 4$ e $M = 400$.

Il piano di consumo in equilibrio si ottiene sostituendo tali valori nelle funzioni di domanda ordinaria:

$$x^* = 96 \text{ e } y^* = 52$$

- c) La curva prezzo consumo del bene x è il luogo dei punti di tangenza tenendo fissi il reddito M ed il prezzo del bene y. Si ricava partendo dalla condizione di tangenza $(y - 4) / x = p_x / p_y$.

Per il bene x: $(y - 4) / x = p_x / 4$

$$y = 4 + p_x x / 4$$

Per il bene y: $(y - 4) / x = 2 / p_y$

$$Y = 4 + 2x / p_y$$

- d) Per calcolare le curve di Engel, si parte dalle funzioni di domanda ordinaria. Sostituendo per i prezzi dei beni e lasciando il reddito M come incognita si ottiene:

- per il bene x: $x = (M - 16) / 4 = -4 + M / 4$

- per il bene y: $y = (M + 16) / 8 = 2 + M / 2$