

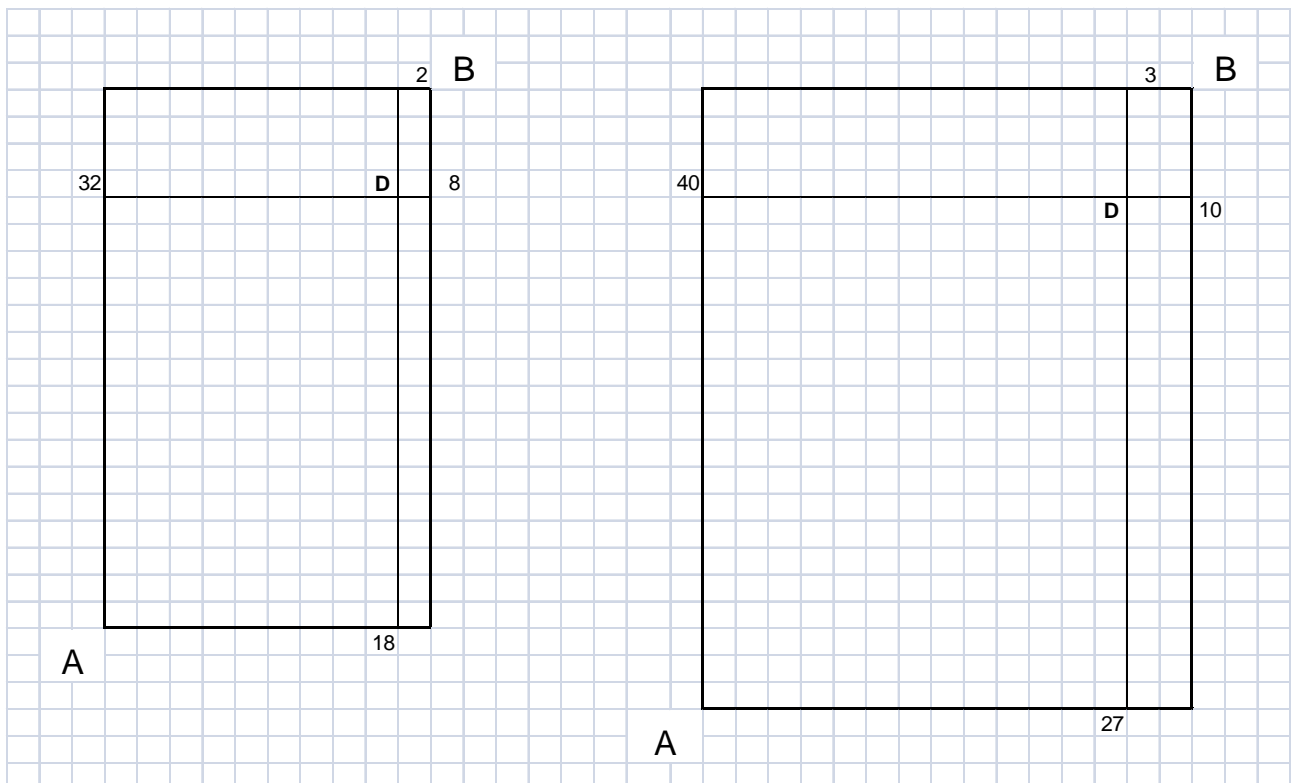
### Esercizio 1

Due individui, A e B, presentano una struttura di preferenze sui beni x e y data da  $U_i=(x_i y_i)^2$ ,  $i=A, B$ . Le quantità disponibili di x e y sono, rispettivamente, 20 e 40. Le dotazioni di A sono pari al 90% della quantità disponibile del bene x ed all'80% del bene y.

- Rappresentare graficamente la scatola di Edgeworth e l'allocazione corrispondente alle dotazioni iniziali. [3 punti]
- Calcolare le funzioni di domanda dei due beni per entrambi i consumatori, le funzioni di eccesso di domanda e l'espressione della curva dei contratti. [10 punti]
- Calcolare il prezzo relativo di equilibrio e l'allocazione che corrisponde all'equilibrio economico generale, rappresentandolo graficamente. [10 punti]
- Si supponga che il Governo ritenga non equa l'allocazione dei beni raggiunta nel punto (c). Si determini il trasferimento nella dotazione del bene x necessario per giungere ad un nuovo equilibrio in cui il meccanismo di mercato alloca i beni x ed y in parti uguali. [10 punti]

### Soluzione Esercizio 1

- La figura seguente rappresenta la scatola di Edgeworth.  
L'allocazione iniziale è data da:
  - matricole pari:  $\omega_A=(18, 32)$  e  $\omega_B=(2, 8)$
  - matricole dispari:  $\omega_A=(27, 36)$  e  $\omega_B=(3, 9)$



b) Matricole pari  $U_i = U_i = x_i^2 y_i^2$ ,  $i=A, B$

$$\begin{aligned} SMS_A &= - (\partial U / \partial x_A) / (\partial U / \partial y_A) = - p_{x_A} / p_{y_A} \\ &= - 2x_A y_A^2 / 2x_A^2 y_A = - y_A / x_A = - p_x / p_y \end{aligned}$$

$$p_x x_A + p_y y_A = 18p_x + 32p_y$$

$$y_A = p_x / p_y x_A$$

$$p_x x_A + p_y (p_x / p_y x_A) = 18p_x + 32p_y$$

$$2 p_x x_A = 18p_x + 32p_y$$

La funzione di domanda per A è:

$$x_A = 9 + 16 p_y / p_x$$

$$y_A = 9 p_x / p_y + 16$$

$$\begin{aligned} SMS_B &= - (\partial U / \partial x_B) / (\partial U / \partial y_B) = - p_{x_B} / p_{y_B} \\ &= - 2x_B y_B^2 / 2x_B^2 y_B = - y_B / x_B = - p_x / p_y \end{aligned}$$

$$p_x x_B + p_y y_B = 2p_x + 8p_y$$

$$y_B = p_x / p_y x_B$$

$$p_x x_B + p_y (p_x / p_y x_B) = 2p_x + 8p_y$$

$$2p_x x_B = 2p_x + 8p_y$$

La funzione di domanda per B è:

$$x_B = 1 + 4 p_y / p_x$$

$$y_B = p_x / p_y + 4$$

La funzione di eccesso di domanda del bene x (y) è data dalla somma della domanda degli agenti per il bene x (y) meno le dotazioni iniziali.

$$\begin{aligned} z(x) &= x_A + x_B - \omega_x^A - \omega_x^B \\ &= 9 + 16 p_y / p_x + 1 + 4 p_y / p_x - 20 \\ &= -10 + 20 p_y / p_x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z(y) &= y_A + y_B - \omega_y^A - \omega_y^B \\ &= 9 p_x / p_y + 16 + p_x / p_y + 4 - 40 \\ &= -20 + 10 p_x / p_y \end{aligned}$$

La curva dei contratti è il luogo dei punti "Pareto efficienti". È definita dall'equazione  $SMS_A = SMS_B$  unitamente ai vincoli costituiti dalle risorse disponibili.

$$- y_A / x_A = - y_B / x_B \Rightarrow x_A y_B = y_A x_B$$

$$x_A + x_B = 20 \Rightarrow x_A = 20 - x_B$$

$$y_A + y_B = 40 \Rightarrow y_A = 40 - y_B$$

$$(20 - x_B) y_B = (40 - y_B) x_B$$

$$20 y_B - x_B y_B = 40 x_B - x_B y_B$$

$$20 y_B = 40 x_B$$

$$y_B = 2x_B$$

c) In equilibrio, l'eccesso di domanda in ciascun mercato è nullo.

$$z(x) = 0$$

$$-10 + 20 p_y/p_x = 0$$

$$p_y/p_x = 1/2$$

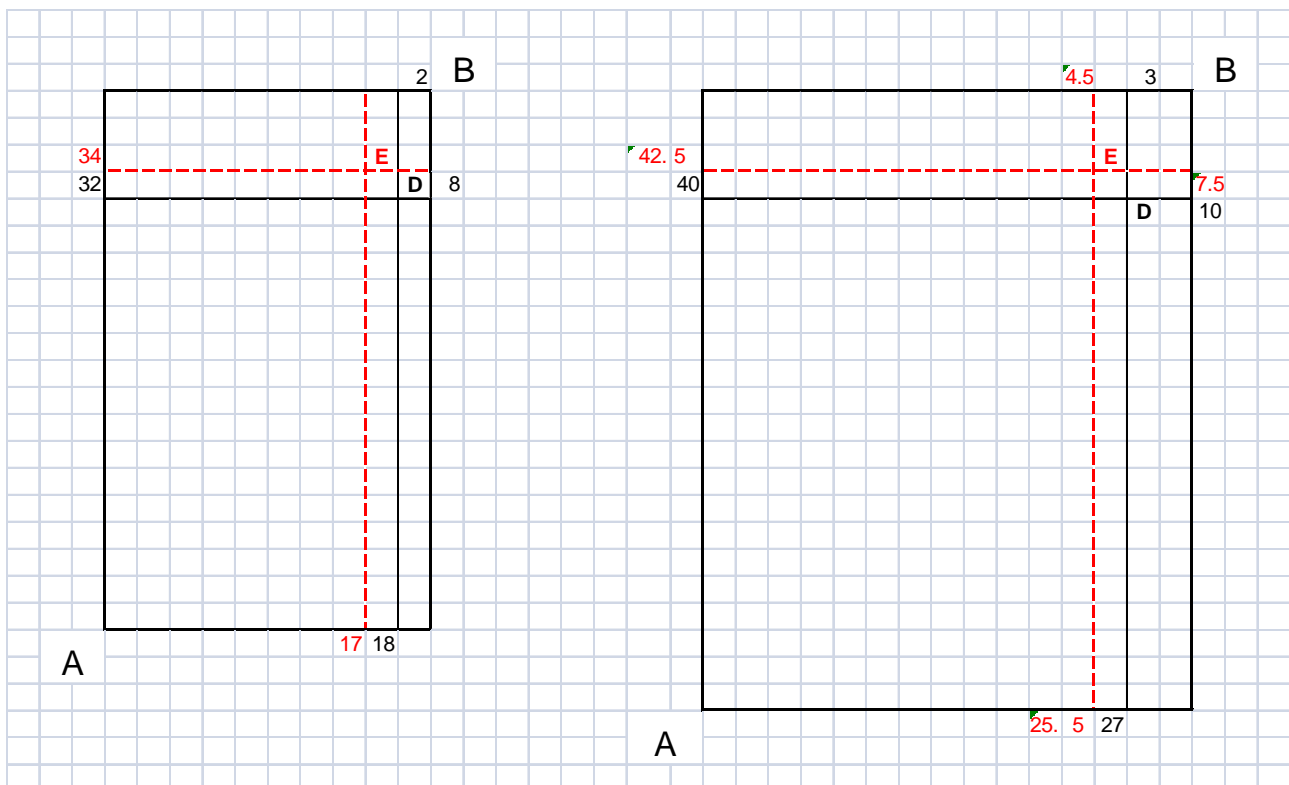
L'allocazione corrispondente all'equilibrio economico generale si ottiene sostituendo l'espressione del prezzo relativo nella funzione di domanda:

$$x_A = 9 + 16 \cdot 1/2 = 17$$

$$y_A = 9 \cdot 2 + 16 = 34$$

$$x_B = 1 + 4 \cdot 1/2 = 3$$

$$y_B = 2 + 4 = 6$$



- d) Il Governo desidera che A e B consumino, in equilibrio, la stessa quantità dei beni x ed y. Poiché le funzioni di utilità dei due consumatori sono identiche, per ottenere il risultato è possibile ridistribuire unicamente le dotazioni del bene x.

Siano  $\omega_A$  e  $\omega_B$  le dotazioni del bene x che consentono di raggiungere il risultato desiderato.

Il trasferimento viene determinato come differenza tra  $\omega_i$  ed  $x_i$ .

$$\omega_A + \omega_B = 20$$

$$\omega_B = 20 - \omega_A$$

$$x_A = x_B$$

$$x_A = 9 + 16 p_y/p_x = \omega_A/2 + 16 p_y/p_x = 1 + 4 p_y/p_x = \omega_B/2 + 4 p_y/p_x = (20 - \omega_A)/2 + 4 p_y/p_x = x_B$$

$$\omega_A/2 + 16 p_y/p_x = (20 - \omega_A)/2 + 4 p_y/p_x$$

$$\omega_A = 10 + 4 p_y/p_x - 16 p_y/p_x$$

Poiché la funzione di eccesso di domanda  $z(x)$  non cambia, il prezzo di equilibrio non varia.

$$\omega_A = 10 - 12 p_y/p_x = 10 - 12 \cdot 1/2 = 4$$

È quindi necessario, al fine di conseguire una allocazione perfettamente egalitaria, trasferire  $18-4=14$  unità del bene x dall'individuo A all'individuo B.

SOLUZIONE ESERCIZIO MACROECONOMIA

> **rest art ;**

> **I nvest := 3000 + 0.18 \* Y - 20000 \* i ;**

$$Invest := 3000 + 0.18 Y - 20000 i$$

> **C := 1000 + 0.7 \* Yd ;**

$$C := 1000 + 0.7 Yd$$

> **G := 4000 ;**

$$G := 4000$$

> **t := 0.30 ;**

$$t := 0.30$$

> **TR := 500 ;**

$$TR := 500$$

> **M := 8000 ;**

$$M := 8000$$

(1)

> **p := 1 ;**

$$p := 1$$

(2)

> **domanda\_r eal e\_mnet a := 0.7 \* Y - 10000 \* i ;**

$$domanda\_reale\_moneta := 0.7 Y - 10000 i$$

(3)

a) Calcolo del PIL. Sappiamo che la DA è uguale al reddito. Ma  $DA = C + I + G$ . Inoltre sappiamo che  $Yd = (1-t)Y + TR$ . Quindi la funzione del consumo privato è data da:

> **Yd := (1 - t) \* Y + TR ;**

$$Yd := 0.70 Y + 500$$

> **C ;**

$$1350.0 + 0.490 Y$$

Pertanto la DA è data da

> **DA := C + I nvest + G ;**

$$DA := 8350.0 + 0.670 Y - 20000 i$$

Il mercato dei beni è in equilibrio quando  $DA = Y$ . Quindi

> **equi l i b r i o\_beni := DA = Y ;**

$$equilibrio\_beni := 8350.0 + 0.670 Y - 20000 i = Y$$

> **sol ve ( equi l i b r i o\_beni , i ) ;**

$$0.4175000000 - 0.00001650000000 Y$$

> **I S := i = % ;**

$$IS := i = 0.4175000000 - 0.00001650000000 Y$$

> **M p = domanda\_r eal e\_mnet a ;**

$$8000 = 0.7 Y - 10000 i$$

> **sol ve ( % i ) ;**

$$-0.8000000000 + 0.00007000000000 Y$$

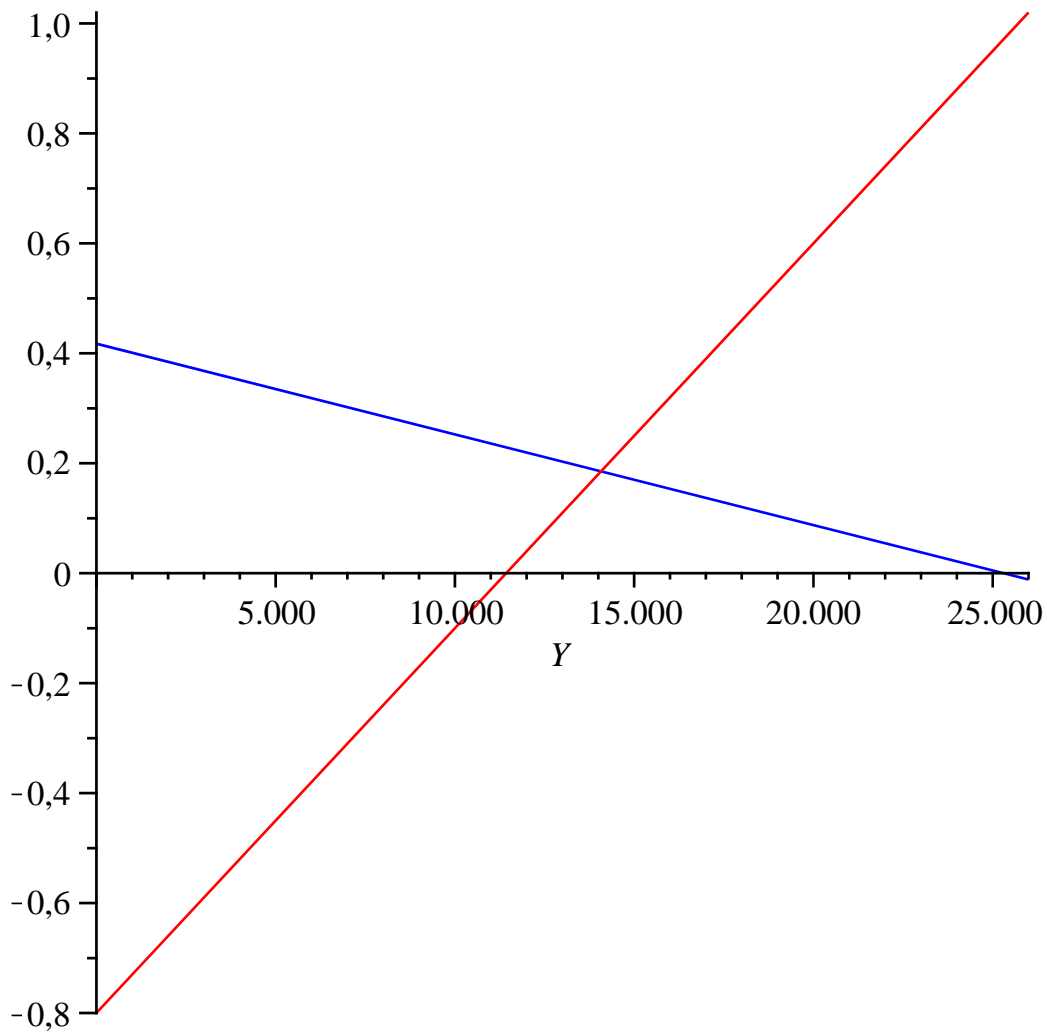
> **LM := i = % ;**

$$LM := i = -0.8000000000 + 0.00007000000000 Y$$

(4)

> **pl ot ( [ . 4175000000 - 0.1650000000e-4 \* Y ,**

-- 8000000000+0.7000000000e-4\* Y], Y=0..26000, col or=[bl ue, red] );



b) Calcoliamo l'equilibrio, ossia il punto di intersezione tra IS ed LM

> solve({I S, L M}, {Y, i});  
*{i=0.1852601156, Y=14075.14451}* (5)

> i := 0.185;  
*i := 0.185* (6)

> Y := 14075.14;  
*Y := 14075.14* (7)

> deficitbilancio := G + TR - t·Y;  
*deficitbilancio := 277.4580* (8)

c) Introduciamo le funzioni delle esportazioni e delle importazioni. I nuovi dati sono:

> i := 'i'; Y := 'Y';  
*i := i*

*Y := Y*

> Invest := 3000 + 0.18\* Y - 20000\* i;  
*Invest := 3000 + 0.18 Y - 20000 i*

> C := 1000 + 0.7\* Yd;  
*C := 1350.0 + 0.490 Y*

> **G:=4000;**  
 $G := 4000$

> **t:=0.30;**  
 $t := 0.30$

> **TR:=500;**  
 $TR := 500$

> **M:=8000;**  
 $M := 8000$  (9)

> **p:=1;**  
 $p := 1$  (10)

> **domanda\_reale\_moneta:=0.7\*Y-10000\*i;**  
 $domanda\_reale\_moneta := 0.7 Y - 10000 i$  (11)

> **X:=0.04\*Yf+0.8\*epsilon;**  
 $X := 0.04 Yf + 0.8 \epsilon$

> **Q:=0.16\*Y-0.6\*epsilon;**  
 $Q := 0.16 Y - 0.6 \epsilon$

> **epsilon:=E/pf;**  
 $\epsilon := \frac{E}{pf}$

> **E:=1.5;**  
 $E := 1.5$

> **pf:=1;**  
 $pf := 1$  (12)

> **Yf:=8000;**  
 $Yf := 8000$  (13)

> **epsilon;**  
 $1.5$  (14)

La funzione della DA è data da

> **Yd:=(1-t)\*Y+TR;**  
 $Yd := 0.70 Y + 500$

> **DA:=C+I nvest +G+X-epsilon\*Q;**  
 $DA := 8672.550 + 0.430 Y - 20000 i$

Il nuovo equilibrio è dato da

> **equilibrio\_beni:=DA=Y;**  
 $equilibrio\_beni := 8672.550 + 0.430 Y - 20000 i = Y$

> **sol ve(equilibrio\_beni, i);**  
 $0.4336275000 - 0.000028500000000 Y$

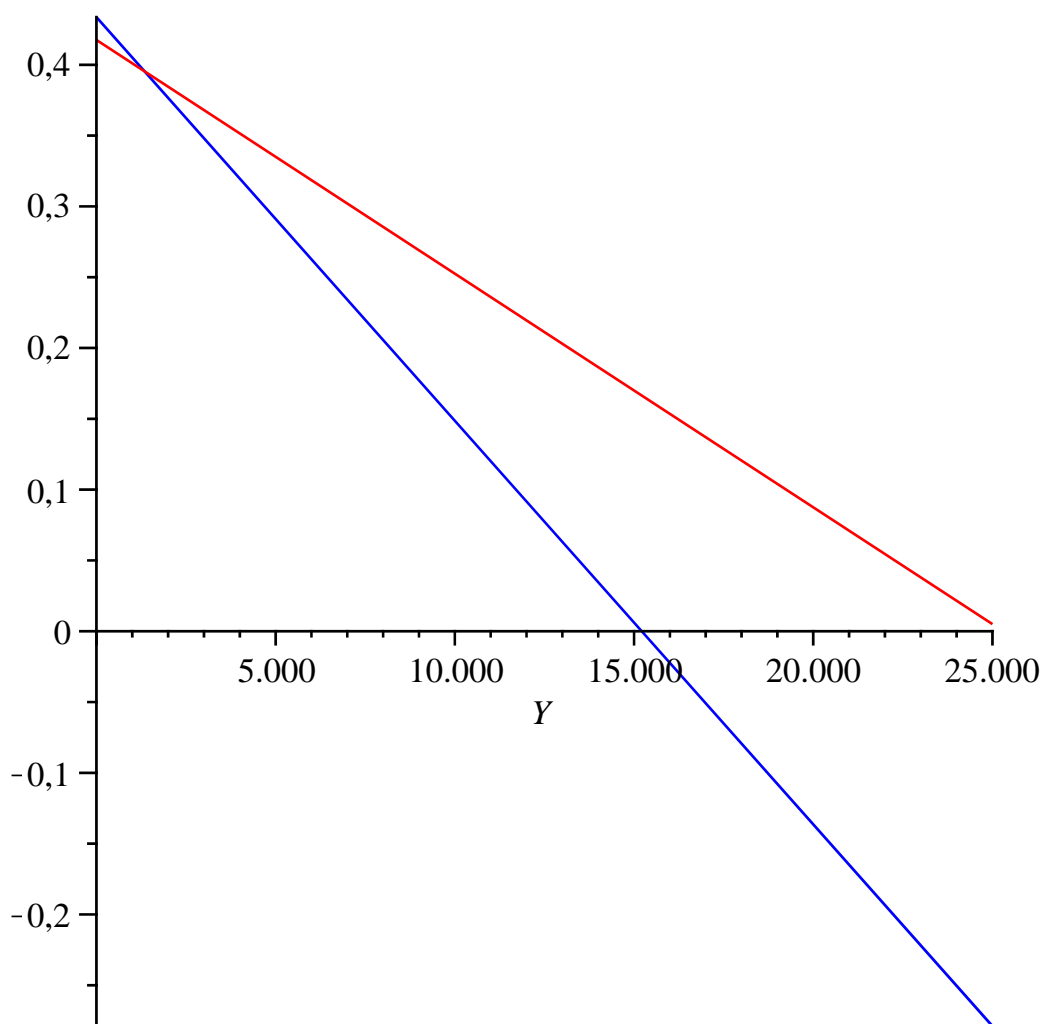
> **IS:=i=%;**  
 $IS := i = 0.4336275000 - 0.000028500000000 Y$

> **sol ve(Mp=domanda\_reale\_moneta, i);**  
 $-0.8000000000 + 0.000070000000000 Y$

> **LM = i = %**

$$LM := i = -0.8000000000 + 0.00007000000000 Y$$

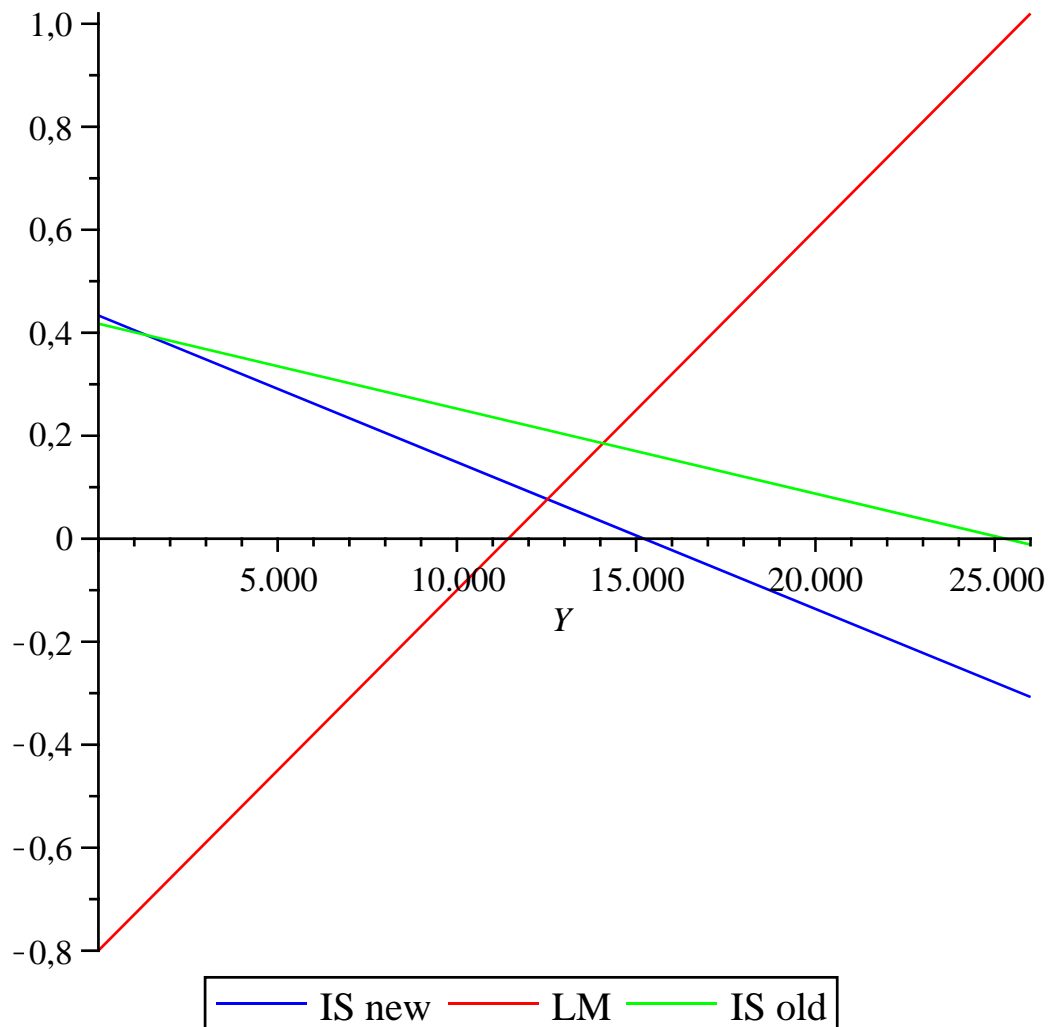
> `plot([0.4336275000 - 0.00002850000000 Y, 0.4175000000 - 0.00001650000000 Y], Y=0 ..25000, color = [blue, red]);`



Si nota come l'impatto dell'apertura del mercato allo scambio con l'estero è quello di modificare l'intercetta (che sale) e la pendenza (che anch'essa sale) della IS.

> `plot([0.4336275000 - 0.00002850000000 Y, -0.8000000000 + 0.7000000000e-4 * Y, 0.4175000000 - 0.00001650000000 Y], Y=0 ..26000, color = [blue, red, green], legend = ["IS new", "LM", "IS old"]);`





In aggiunta, la LM rimane invariata.

d) Calcoliamo adesso il nuovo equilibrio. Come si nota dal precedente grafico il nuovo punto di equilibrio comporta una diminuzione del PIL e del tasso di interesse.

$$\begin{aligned} > \text{sol ve}(\{I S, L M\}, \{Y, i\}); \\ & \quad \{Y = 12524.13706, i = 0.07668959391\} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} > i := 0.077; \\ & \quad i := 0.077 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} > Y := 12524.14; \\ & \quad Y := 12524.14 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} > \text{deficitbilancio} := G + TR - t \cdot Y; \\ & \quad \text{deficitbilancio} := 742.7580 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} > NX := X - \text{epsilon} \cdot Q; \\ & \quad NX := -2683.24360 \end{aligned} \quad (19)$$

Il deficit di bilancio peggiora, così come si registra un saldo negativo dello scambio con l'estero.

>