UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO

Facoltà di Ingegneria

Istituzioni di Economia

Laurea Triennale in Ingegneria Gestionale

Lezione 12
Descrizione della tecnologia

Prof. Gianmaria Martini

Tecnologia

- Una "tecnologia" è un processo tramite il quale degli *inputs* sono trasformati in un *output*.
- Es. del lavoro, un computer, un proiettore, elettricità ecc. hanno prodotto questa lezione.
- La domanda (ovvia ma fondamentale) che bisogna porsi è: se si possono utilizzare varie tecnologie, qual'è la migliore?

- Per rispondere, dobbiamo studiare le "tecnologie".

Input

- x_i denota il livello di utilizzo dell'input i.
- Un vettore di input è una lista di livelli di input. $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.
- Es. $(x_1, x_2, x_3) = (6, 0, 9.3)$ significa che vengono usate 6 unità del primo input e 9.3 unità del terzo.

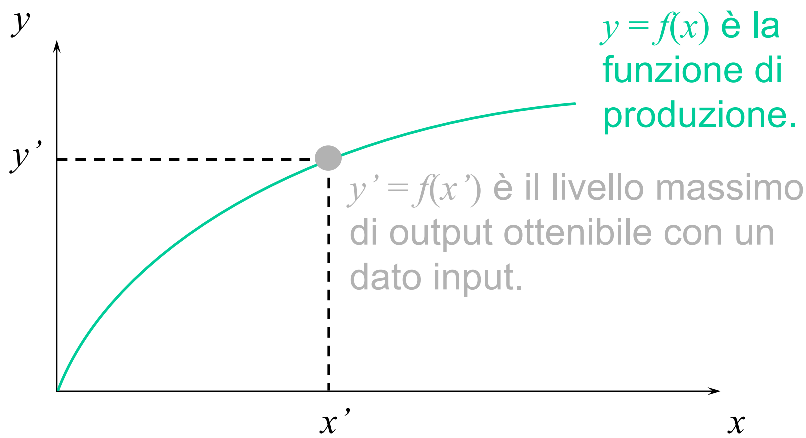
Funzione di produzione

- y denota il livello di output.
- La funzione di produzione (relativa alle tecnologie disponibili) definisce il massimo ammontare di output conseguibile dato un vettore di input.

$$y = f(x_1, \cdots, x_n)$$

Università degli Studi di Bergamo
Facoltà di Ingegneria

Esempio con un solo input (x) ed un solo output (y)



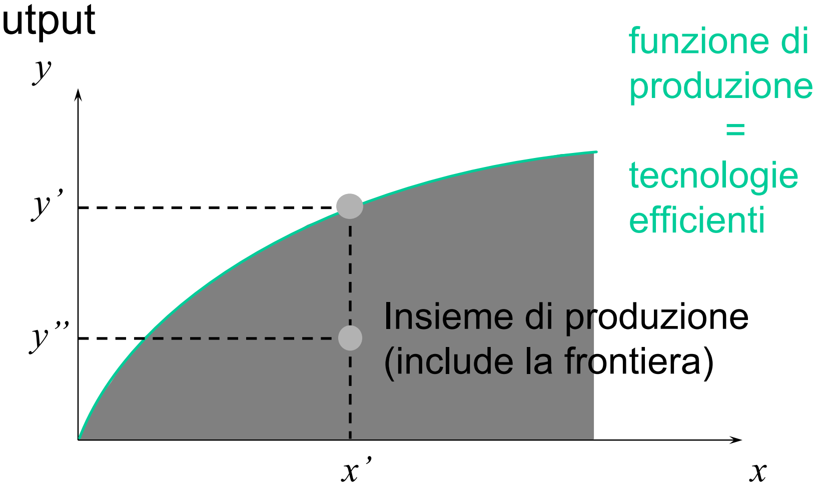
Università degli Studi di Bergamo
Facoltà di Ingegneria

Insieme di produzione

- L'insieme di produzione è costituito da tutti i "piani di produzione fattibili" (= da tutte le combinazioni di input ed output tecnicamente realizzabili).
- Un piano di produzione è fattibile se:

$$y \leq f(x_1, \cdots, x_n)$$

Esempio con un solo input ed un solo output



Tecnologie con due inputs

- Caso con due inputs: i livelli di input sono x_1 e x_2. Il livello di output è y.

- Un esempio di funzione di produzione è:

$$y = f(x_1, x_2) = 2x_1^{1/3}x_2^{1/3}.$$

- L'output massimo ottenibile dal vettore $(x_1, x_2) = (1, 8)$ è

$$y = 2x_1^{1/3}x_2^{1/3} = 2\times1^{1/3}\times8^{1/3} = 2\times1\times2 = 4.$$

- Possiamo pensare di ottenere y con diverse combinazioni di x_1 e x_2.
- Tutti i vettori di input che consentono di ottenere al massimo il livello di produzione y costituiscono l'isoquanto tracciato per il livello produttivo.
- E' la stessa idea che sta alla base delle curve di indifferenza, tuttavia gli isoquanti sono contrassegnati in base alla quantità (misurabile) di y.

- Disegneremo gli isoquanti per la funzione di produzione Cobb-Douglas:

$$y = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$$

- Esplicitando per x_2 (y rappresenta un dato!) si ottiene:

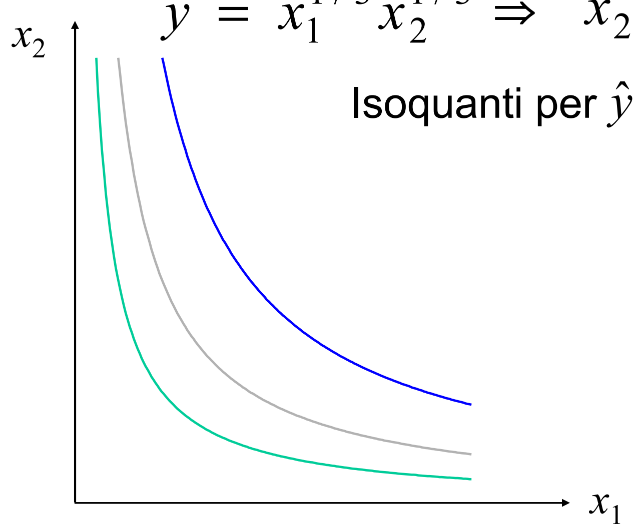
  $x_2 = y^3/x_1$

- Si tratta di una famiglia di rami di iperboli: se x_1 tende da infinito, x_2 tende a 0.
- Inoltre, se x_2 tende da infinito, x_1 tende a 0.
- Gli isoquanti si avvicinano agli assi senza toccarli 'asintoticamente'.

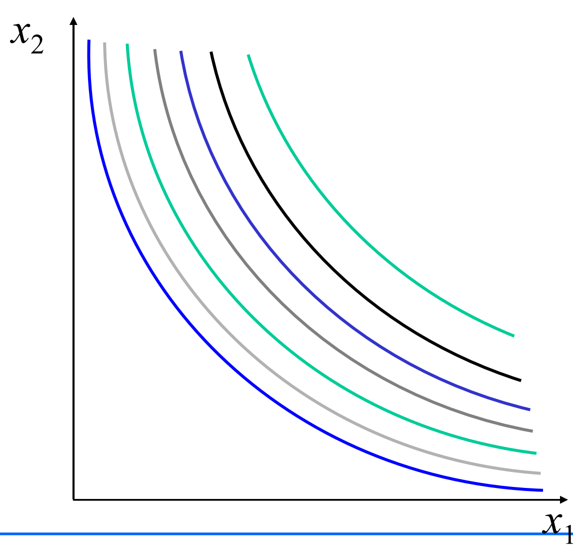
Università degli Studi di Bergamo
Facoltà di Ingegneria

$$\hat{y} = x_1^{1/3} x_2^{1/3} \Rightarrow x_2 = \hat{y}^3/x_1$$

Isoquanti per $\hat{y} = 2, 4, 8$



- In generale, tanto maggiore è il numero di isoquanti noti, tanto maggiori sono le nostre informazioni a riguardo della tecnologia.



- La collezione completa degli isoquanti si definisce mappa degli isoquanti.
- La mappa degli isoquanti è equivalente alla funzione di produzione (rappresentano lo stesso concetto).

Tecnologia Cobb-Douglas

- La funzione di produzione Cobb-Douglas, in generale, presenta la forma

$$y = A x_1^{a_1} x_2^{a_2} \times \cdots \times x_n^{a_n}.$$

- Ad esempio, con n=2, A=1, a_1=a_2=1/3, si ottiene il caso studiato precedentemente:

$$y = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$$

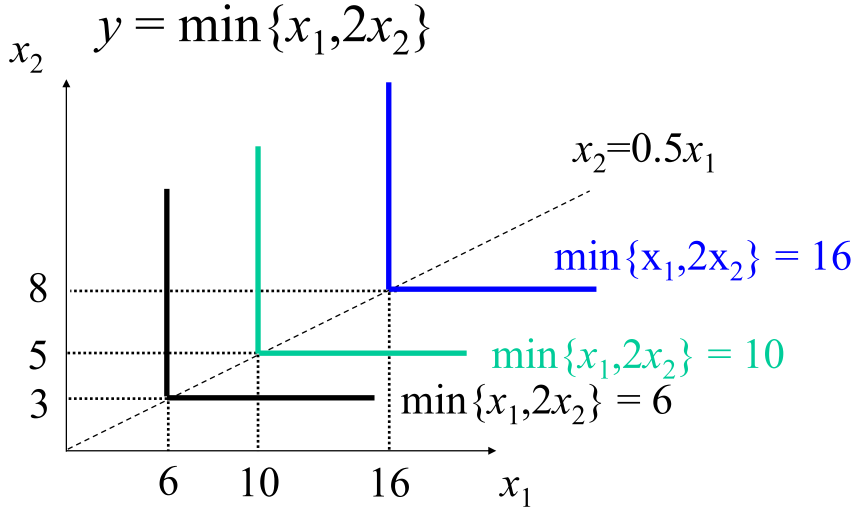
Università degli Studi di Bergamo
Facoltà di Ingegneria

Tecnologia in proporzioni fisse

- Consideriamo il “centro assistenza clienti” di una data impresa.
- Supponiamo che sia organizzato il modo tale che una “unità di risposta” alle chiamate debba essere composta da due impiegati e da un computer.
- E’ questo il caso di una funzione di produzione “a proporzioni fisse”.
- La forma della funzione è data da: $y=\min(x_1,2x_2)$ dove x_1=impiegati; x_2=computers.

Università degli Studi di Bergamo
Facoltà di Ingegneria

$$y = \min\{x_1, 2x_2\}$$



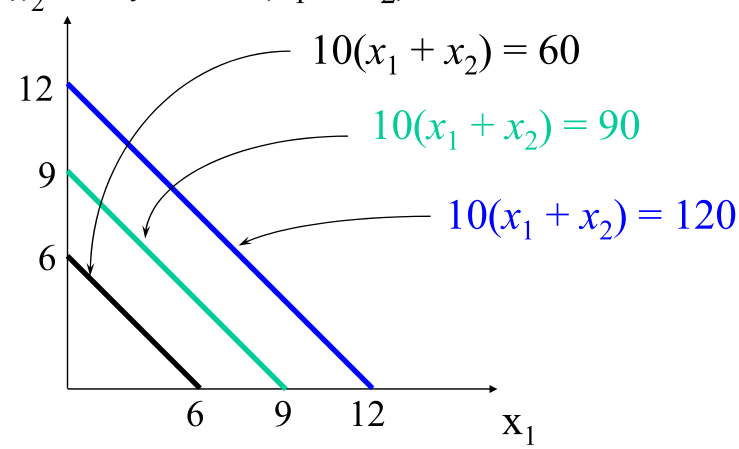
- Abbiamo analizzato il caso particolare di una funzione di produzione a proporzioni fisse la cui formulazione generale è:

$$y = \min\{a_1 x_1, a_2 x_2, \cdots, a_n x_n\}.$$

Tecnologia con perfetti sostituti

- Cavalli da tiro (x_1) e muli (x_2) possono svolgere le stesse mansioni in alcuni lavori agricoli: sono perfetti sostituti.
- La produzione dipende dal numero di animali disponibili, non dal loro tipo.
- E.g. $y=10(x_1+x_2)$

$$y = 10(x_1 + x_2)$$



Isoquanti lineari e paralleli

- Abbiamo analizzato il caso particolare di una funzione di produzione con perfetti sostituti la cui formulazione generale è:

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n.$$

Proprietà della tecnologia

- Una tecnologia si definisce "*well-behaved*" se è:

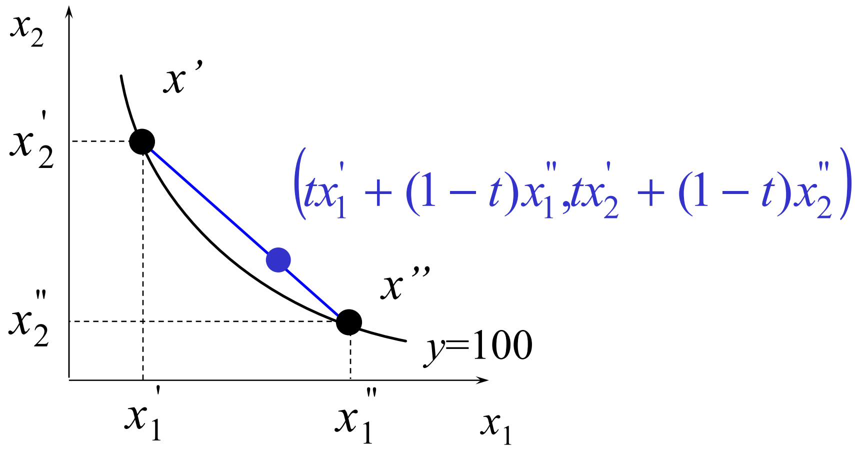
  convessa

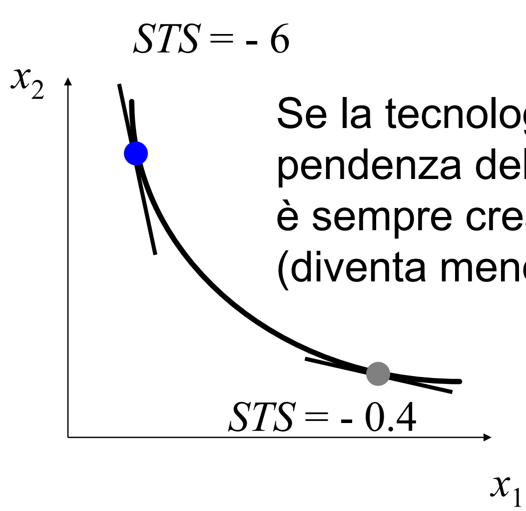
  monotona

- Convessità: se i vettori di input x' e x'' producono entrambi y unità di output allora la combinazione:

  $tx' + (1-t)x''$

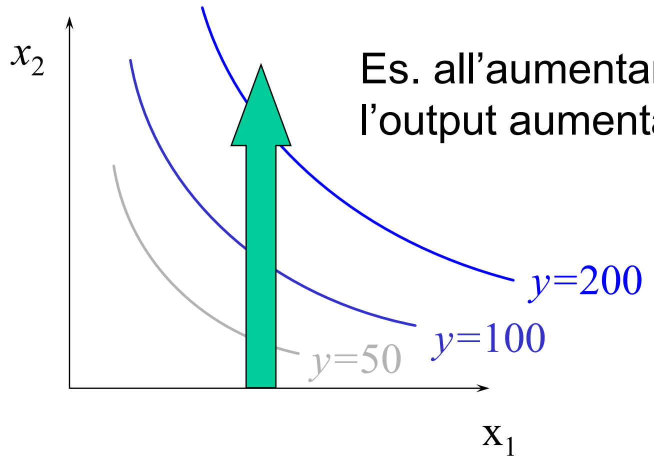
  produce almeno y unità di output, per qualsiasi $0 < t < 1$.





Se la tecnologia è convessa,la pendenza dell'isoquanto (STS) è sempre crescente con x_1 (diventa meno negativa).

Monotonicità: un incremento di qualsiasi input genera più output.



Es. all'aumentare di x_2, l'output aumenta