

TRASFORMAZIONI DEI GAS E PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Trasformazioni isoterme

Gb8. Un sommozzatore emette una bolla d'aria che sale alla superficie espandendosi fino a raggiungere un volume quattro volte quello originale. Se la pressione alla superficie è quella atmosferica ($\cong 100 \text{ kPa} \cong 10 \text{ m (H}_2\text{O)}$) il sommozzatore si trova ad una profondità di circa
 (A) 400 m (B) 100 m (C) 40 m (D) **30 m** (E) 10 m

Soluzione La pressione atmosferica di 100 kPa corrisponde alla pressione esercitata da una colonna d'acqua alta 10 m, infatti, per la legge di Stevino:

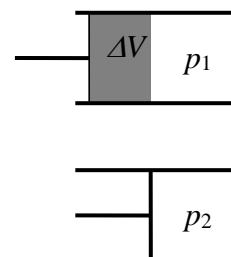
$$P = \rho gh = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} = 98000 \text{ Pa} \cong 100 \text{ kPa}$$

Poiché la temperatura si mantiene costante, possiamo applicare la legge di Boyle per calcolare la pressione iniziale della bolla:

$$p_i V_i = p_f V_f \Rightarrow p_i = \frac{p_f V_f}{V_i} = \frac{100 \text{ kPa} \cdot 4 V_i}{V_i} = 400 \text{ kPa} \text{ corrispondenti alla pressione esercitata da una colonna d'acqua di } 40 \text{ m.}$$

La profondità del sommozzatore sarà quindi uguale alla differenza: $h_i - h_f = (40 - 10) \text{ m} = 30 \text{ m}$

Gb9. Un gasometro contiene 50 moli di un gas monoatomico inizialmente alla pressione $p_1 = 101.3 \text{ kPa}$ e alla temperatura di 27°C . Se il volume viene lentamente diminuito di $\Delta V = 0.5 \text{ m}^3$ mantenendo costante la temperatura del gas, il lavoro di compressione isoterma eseguito sul gas è in valore assoluto circa
 (A) 279 kJ (B) 164 kJ (C) 105 kJ (D) **65 kJ**
 (E) 35 kJ



Soluzione. Dall'equazione di stato dei gas perfetti, calcoliamo il volume iniziale

$$\text{del gas: } p_i V_i = nRT \Rightarrow V_i = \frac{nRT}{p_i} = \frac{50 \text{ mol} \cdot 8.314 \text{ J/K mol} \cdot 300 \text{ K}}{1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 1.23 \text{ m}^3$$

e il volume finale $V_f = (1.23 - 0.5) \text{ m}^3 = 0.73 \text{ m}^3$. Il lavoro di compressione del gas è pari a:

$$L = \int_{V_i}^{V_f} p dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

Sostituendo i dati, si ottiene che, in valore assoluto, è $L = 64.8 \text{ kJ} \cong 65 \text{ kJ}$

Gb10. Settanta litri d'aria alla pressione atmosferica ($1 \text{ atm} = 1.01 (10^5) \text{ Pa} = 1.01 \text{ bar} = 760 \text{ mm-Hg}$) sono pompati in un contenitore, inizialmente contenente aria alla pressione atmosferica e avente un volume di 6 litri. Se la temperatura non cambia, la pressione finale del contenitore vale approssimativamente:

(A) 12.7 Pa (B) 5700 mmHg (C) $1.13(10^6) \text{ Pa}$ (D) 2500 g/cm^2 (E) **12.8 bar**

Gb11. Il calore scambiato (positivo se ricevuto) da tre moli di gas perfetto che vengono compresse in modo isoterma a 500 K, passando da una pressione di 18 kPa ad una di 180 kPa, è di circa
 (A) -3.1 kJ (B) 8.3 kJ (C) -13.7 kJ (D) -28.7 kJ (E) _____

Gb12. Comprimendo in modo isotermeo 50 litri di gas alla pressione di un'atmosfera e alla temperatura di 17°C in un cilindro di 10 litri, si sviluppa una quantità di calore pari a
 (A) 7550 J (B) 8160 J (C) 11670 J (D) 17240 J (E) _____

Trasformazioni adiabatiche

Gb20. Un gas poliatomico si trova inizialmente a 1000 °C, 20.2 bar e in un volume di 0.1 litri. Durante una espansione adiabatica in cui viene raggiunto un volume finale di 0.8 litri il lavoro compiuto dal gas è pari a circa

- (A) 1673 J (B) 738 J (C) 623 J (D) 500 J (E) **302 J**

Soluzione. Calcoliamo il numero di moli dall'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_i V_i = nRT_i \Rightarrow n = \frac{p_i V_i}{RT_i} = \frac{20.2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{8.314 \text{ J/K mol} \cdot 1273 \text{ K}} = 0.0192 \text{ mol}$$

La trasformazione adiabatica è regolata dall'equazione $T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1} \Rightarrow T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\gamma-1}$

dove, per in gas poliatomico, $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.33$

Quindi la temperatura finale del gas è:

$$T_f = 1273 \cdot \left(\frac{0.1}{0.8} \right)^{0.33} = 640.9 \text{ K}$$

Poiché nella trasformazione adiabatica non c'è scambio di calore, per il primo principio della termodinamica si ha che $L = -\Delta U = -nC_v \Delta T$

Sostituendo i dati e il valore della capacità termica molare che, per un gas poliatomico, vale $C_v = 3R$, si ottiene:

$$L = -0.0192 \text{ mol} \cdot 3 \cdot 8.314 \text{ J/K mol} \cdot (641 - 1273) \text{ K} \cong 302 \text{ J}$$

Gb21. Un gas biatomico ideale alla pressione di 200 bar con temperatura iniziale $T_1 = 295 \text{ K}$ e volume iniziale V_1 si espande adiabaticamente e reversibilmente fino a raggiungere un volume $V_2 = 1.5 V_1$. La pressione finale è pari a circa

- (A) 43 bar (B) 55 bar (C) 102 bar (D) **113 bar** (E) _____

Gb22. Una mole di elio (gas monoatomico con $m = 4$ uma) in condizioni normali ($p_0 = 101.3 \text{ kPa}$, $T_0 = 273.15 \text{ K}$) occupa un volume di 22.4 litri. Il lavoro fornito dal gas durante una espansione adiabatica che porta il volume finale a 44.8 litri è

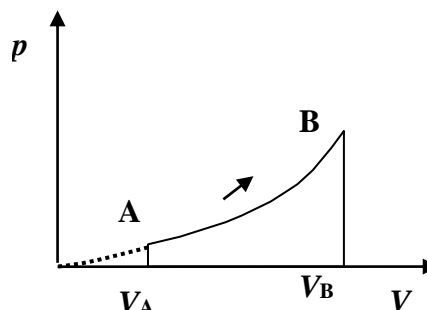
- (A) **1260 J** (B) 2270 J (C) 3400 J (D) 4540 J (E) _____

Gb23. In un cilindro a pareti adiabatiche può scorrere senza attrito un pistone adiabatico; nel cilindro è contenuta 1 mole di gas perfetto monoatomico alle condizioni iniziali V_0 , p_0 e T_0 . In una compressione reversibile adiabatica il volume del gas è ridotto a $V_1 = 1/10 V_0$ mediante un lavoro esterno pari a $W = 27.7 \text{ kJ}$. Calcolare la temperatura iniziale e finale del gas.

- (A) ($T_0=650 \text{ K}$, $T_1=1800\text{K}$) (B) ($T_0=450 \text{ K}$, $T_1=1600\text{K}$)
 (C) ($T_0=603 \text{ K}$, $T_1=2823\text{K}$) (D) ($T_0=1800 \text{ K}$, $T_1=650\text{K}$)

Trasformazioni che seguono una particolare legge

Gb24. In una trasformazione reversibile, nella quale la pressione varia con il volume secondo la legge $p = \alpha V^2$, dove $\alpha = 5.0 \text{ atm/m}^6$, un gas ideale, che inizialmente occupa



il volume $V_A = 1.0 \text{ m}^3$, si espande fino ad occupare il volume $V_B = 2 V_A$. Il lavoro compiuto dal gas nell'espansione è

- (A) 41 kJ (B) $2.23(10^3) \text{ J}$ (C) **$1.18(10^3) \text{ kJ}$**
 (D) 1.076 MJ (E) _____

Gb25. In una trasformazione reversibile, nella quale la pressione varia con il volume secondo la legge $p = \frac{\alpha}{V - V_0}$, dove $\alpha = 3 \text{ kJ}$ e $V_0 = 10^{-2} \text{ m}^3$, un gas ideale si espande dal volume iniziale

- $V_i = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ al volume finale $V_{fi} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$. Il lavoro compiuto dal gas nell'espansione è
 (A) **2.94 kJ** (B) 2.23 kJ (C) 1.18 kJ (D) 1.076 kJ (E) _____

Gb26. Due moli di gas perfetto monoatomico sono sottoposte ad una trasformazione reversibile nella quale la pressione del gas varia con la temperatura secondo la legge $p = b \cdot T^2$, dove la costante b vale $b = 2 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-2}$.

Se a seguito della trasformazione la temperatura passa dal valore iniziale $T_i = 400 \text{ K}$ al valore finale $T_f = 300 \text{ K}$, determinare:

- a) il lavoro del gas;
 b) il calore Q scambiato dal gas;
 c) il valore medio della capacità termica molare C del gas per la trasformazione considerata

[**Risposta:** a) $L = 1662 \text{ J}$; b) -831 J ; c) $C = 4.155 \text{ J/K} \cdot \text{mol}$]

Gb27. Un recipiente rigido adiatermano è diviso da un parete in due parti uguali, ciascuna di volume $V = 10^{-2} \text{ m}^3$. Inizialmente nella parte A del recipiente è contenuta una mole di gas perfetto monoatomico alla temperatura di 300 K , mentre nella parte B c'è il vuoto.

Si apre un foro nella parete divisoria e il gas si espande in tutto il volume (A+B). Successivamente il gas viene compresso di nuovo nella parte A del recipiente.

Calcolare il lavoro compiuto dal gas e la temperatura finale del gas.

- (A) ($W = -1500 \text{ J}$, $T = 600 \text{ K}$) (B) ($W = 1852 \text{ J}$, $T = 850 \text{ K}$)
 (C) (**$W = -2196 \text{ J}$** , **$T = 476 \text{ K}$**) (D) ($T_0 = 2196 \text{ K}$, $T = 476 \text{ K}$)

MACCHINE TERMICHE

Ha1. Un motore termico opera tra 480 K e 300 K producendo 1.2 kJ di lavoro per ogni chilocaloria assorbita ($1 \text{ cal} = 4.18 \text{ J}$). Il rapporto tra il rendimento del motore e quello di un ciclo di Carnot che opera tra le stesse temperature è circa

- (A) 1.00 (B) 0.851 (C) **0.766** (D) 0.667 (E) 0.500

Soluzione. Il lavoro L_c prodotto da un ciclo di Carnot che assorbe 4180 J dal termostato caldo alla temperatura T_1 vale $L_c = \eta Q_1 = \frac{\Delta T}{T_1} Q_1 = \frac{480 - 300}{480} 4180 \text{ J} = 1567.5 \text{ J}$.

Perciò il rendimento del motore termico, relativo al ciclo di Carnot è dato dal rapporto fra i rispettivi lavori prodotti, cioè: $1200/1567.5 \approx 0.766$

Ha2. Una macchina termica ideale reversibile fornisce 1 kW di potenza utile operando tra le temperature di 427°C e 127°C . Quanto calore al secondo deve essere assorbito alla temperatura di lavoro più elevata?

- (A) **2.3 kW** (B) 5.02 kJ/s (C) 405 W (D) 0.03 cal/s (E) 5.5 cal/s

Soluzione. Il calore al secondo non è altro che la potenza P assorbita dalla sorgente a temperatura più elevata; dalla definizione di rendimento si ottiene l'eguaglianza:

$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{P_{ceduta}}{P_{assorbita}} = \frac{\Delta T}{T_1}$. Sostituendo i valori dati ed esprimendo T_1 in Kelvin si ricava:

$$P_{assorbita} = P_{ceduta} \cdot \frac{T_1}{\Delta T} = 2.3 \text{ kW}$$

Ha3. Un freezer preleva calore dal reparto congelatore a -20°C e passa calore all'ambiente attraverso un radiatore a 35°C . Se il costo del kilowattora fosse di 0.10 €, quanto costerebbe idealmente produrre 1 kg di ghiaccio a -20°C partendo da acqua a 10°C ? (calore di fusione del ghiaccio = 334.4 kJ/kg ; calore specifico del ghiaccio = $2.09 \cdot \text{kJ/kg} \cdot \text{K}$)

Soluzione. La quantità di calore prelevata dal reparto congelatore è la somma dei calori scambiati per portare l'acqua da 10°C a 0°C , per congelarla, per portare il ghiaccio da 0°C a -20°C :

$$Q_2 = (1 \text{ kg} \cdot 4.186 \text{ kJ/kg} \cdot \text{C} \cdot 10^\circ\text{C}) + (1 \text{ kg} \cdot 334.4 \text{ kJ/kg}) + (1 \text{ kg} \cdot 2.09 \text{ kJ/kg} \cdot \text{C} \cdot 20^\circ\text{C}) \cong 418 \text{ kJ}$$

Il lavoro minimo L richiesto si ottiene dalla definizione di efficienza per un frigorifero ideale che operi fra la temperatura del radiatore (308 K) e quella della cella frigorifera (253 K)

$$\frac{Q_2}{L} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \Rightarrow L = Q_2 \frac{308 - 253}{253} \cong 418 \text{ kJ} \cdot 0.2174 = 91.3 \text{ kJ} \cong 0.00253 \text{ kWh}$$

Il costo sarà perciò di **0.00253 €**.

Ha4. La combustione della benzina libera circa 40 MJ/litro e un motore da 60 kW (potenza massima o nominale) consuma un litro di carburante in tre minuti di funzionamento alla massima potenza. Il rendimento del motore alla massima potenza è del

- (A) 0.33 (B) 0.30 (C) **0.27** (D) 0.24 (E) 0.21

Ha5. Se un frigorifero ideale utilizza un motore da 3 kW e opera tra -20°C e 37°C , quanto calore può estrarre al secondo dalla cella frigorifera?

- (A) 3.18 kJ (B) 8.16 kJ (C) **13.4 kJ** (D) 55.7 kJ (E) 68.2 kJ

Ha6. La cella di un frigorifero è mantenuta a 3°C mentre il radiatore opera in media a 30°C . L'energia minima richiesta per estrarre 4186 kJ dalla cella interna è di circa

- (A) 1.16 kWh (B) **0.114 kWh** (C) 11.87 kWh (D) 13.02 kWh
(E) _____

Ha7. Un gas ideale monoatomico compie il ciclo termodinamico in figura dove tutte le trasformazioni sono reversibili. Stimare il rendimento del ciclo in funzione dei valori noti T_1 , T_2 , V_1 , V_2 .

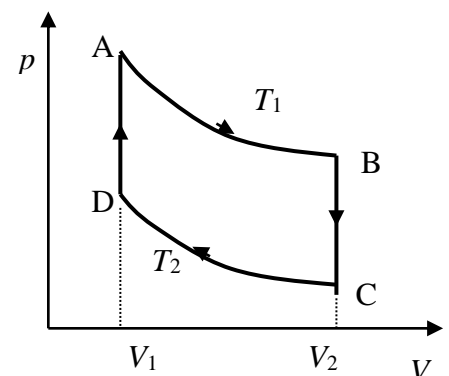
A→B: isoterma, $T=T_1=300 \text{ K}$

B→C: isocora, $V=V_2=2V_1$

C→D: isoterma, $T=T_2=200 \text{ K}$

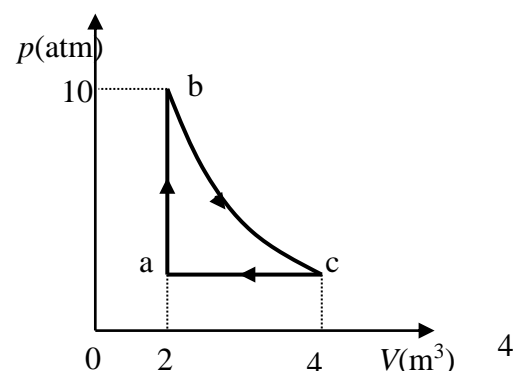
D→A: isocora, $V=V_1$

[Risposta: rendimento del ciclo = 0.1936]



Ha8. Una mole di gas perfetto monoatomico compie il ciclo reversibile abca illustrato in figura, dove bc è una adiabatica. Sapendo che $p_b=10 \text{ atm}$, $V_b=2 \text{ m}^3$, $V_c=4 \text{ m}^3$, determinare:

- a) la quantità di calore Q_1 assorbita dal gas durante il ciclo



- b) la quantità di calore Q_2 ceduta dal gas durante il ciclo
 c) il rendimento del ciclo
 [Risposta: rendimento del ciclo = 0.236]

ENTROPIA

Hc1. Un gas ideale alla temperatura di 20°C inizialmente a 50 kPa viene compresso lentamente ed isotermicamente. Se il lavoro compiuto sul gas è di 1000 J il cambio di entropia del gas in J/K vale
 (A) -3.41 (B) 50 (C) -50 (D) -2.5 (E) +2.5

Soluzione. Dal primo principio della termodinamica $\Delta Q = \Delta U + L$ si ha che il gas cede una quantità di calore corrispondente a 1000 J; infatti la sua energia interna non cambia poiché temperatura iniziale e finale sono uguali e il lavoro è negativo, essendo compiuto sul sistema. Il cambio di entropia è

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{-1000}{20 + 273} \approx -3.41 \text{ J/K}$$

Hc2. Aggiungendo 50 kg di acqua a 0°C a una vasca con 250 kg di acqua a 90°C, il cambio d'entropia è

- (A) 1.6 kcal/K (B) -10.6 kcal/K (C) 12.1 kcal/K (D) 13.7 kcal/K (E) _____

Soluzione. Si deve calcolare la temperatura finale della vasca, T_{fin} , imponendo che il calore ricevuto dalla massa M_f di acqua fredda sia uguale a quello ceduto dalla massa di acqua calda M_c :
 $M_f c (T_{\text{fin}} - 0) = M_c c (90 - T_{\text{fin}})$

$$T_{\text{fin}} = 90 \frac{250}{250 + 50} = 75^\circ\text{C}$$

Si calcola ora l'aumento di entropia di 50 kg di acqua che vengono portati da 0°C=273 K a 75°C=348 K (ΔQ positivo) e la diminuzione di entropia di 250kg che vengono portati da 90°C=363 K a 348 K (ΔQ negativo). La risposta è la somma algebrica dei cambi di entropia

$$\Delta S_+ = \int_{273}^{348} \frac{dQ}{T} = \int_{273}^{348} \frac{M_f c dT}{T} = M_f c \ln \frac{348}{273} = 50 \cdot 1 \cdot 0.242 \approx 12.14 \text{ kcal/K}$$

$$\Delta S_- = \int_{363}^{348} \frac{dQ}{T} = \int_{363}^{348} \frac{M_c c dT}{T} = M_c c \ln \frac{348}{363} = -250 \cdot 1 \cdot 0.0422 \approx -10.55 \text{ kcal/K}$$

$$\Delta S = \Delta S_+ + \Delta S_- \approx 1.59 \text{ kcal/K}$$

Hc3. La capacità termica molare a pressione costante del rame è espresso dalla relazione empirica $c_p = A + B T$, dove T è la temperatura assoluta, A e B costanti il cui valore è $A = 2.3 \cdot 10^4 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ e $B = 5.92 \text{ J/mol} \cdot \text{K}^2$.

Calcolare la variazione di entropia per una mole di rame quando la sua temperatura viene portata a pressione costante da $T_1 = 300 \text{ K}$ a $T_2 = 1200 \text{ K}$.

[Risposta: $\Delta S/n = 3.71 \cdot 10^4 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$]

Hc4. Una pentola che bolle contiene inizialmente due litri d'acqua a 100°C. Quando metà dell'acqua è evaporata, l'aumento di entropia dell'acqua è pari a circa (calore di evaporazione = 2260 kJ/kg)

- (A) 6.07 kJ/K (B) 3.01 kJ/K (C) 1.3 kJ/K (D) 0.38 kJ/K (E) _____

Hc5. Una nube d'aria a 40°C passa sopra un lago parzialmente gelato (a 0°C) e cede al lago complessivamente 14.65 MJ senza cambiare apprezzabilmente la propria temperatura. Il cambio di entropia associato a questo scambio di calore è (in kJ/K)

- (A) 3.66 **(B) 6.87** (C) 8.92 (D) 53.6 (E) _____

Hc6. Mescolando 1.8 kg di acqua a 10°C con 0.9 kg di acqua a 60°C , l'entropia aumenta di (in J/K)

- (A). **35** (B) 66.6 (C) 139 (D) 279 (E) 423

Hc7. In un secchio con 2 kg di ghiaccio a 0°C vengono buttati 3 litri di acqua a 25°C . Il cambio di entropia complessivo del sistema "acqua + ghiaccio" vale

- (A) 18.3 J/K **(B) 49.6 J/K** (C) 95.0 J/K (D) 154 J/K (E) 225 J/K

Hc8. Un gas alla temperatura di 20°C ed inizialmente a 50 kPa è compresso lentamente ed isotermicamente. Se il lavoro compiuto sul gas è di 1000 J , il cambio di entropia del gas in J/K vale all'incirca

- (A) **-3.41 J/K** (B) 50 J/K (C) -50 J/K (D) -2.5 J/K (E) 2.5 J/K

Hc9. Un motore sottopone una mole di gas perfetto monoatomico ad un ciclo composto da una trasformazione isocora AB, da una adiabatica BC, e da una isobara CA. Sapendo che le temperature degli stati A, B e C valgono rispettivamente: $T_A = 300\text{ K}$, $T_B = 600\text{ K}$, $T_C = 455\text{ K}$, calcolare:

- a) calore scambiato, lavoro, variazione di energia interna, variazione di entropia per ognuna delle trasformazioni del ciclo;
 b) il rendimento del ciclo.

[**Risposta:** $L_{AB}=0$; $Q_{AB} = \Delta U_{AB} = 3739.5\text{ J}$; $\Delta S_{AB}=8.64\text{ J/K}$; $\eta = 0.14$]

