CIRCUITI IN REGIME SINUSOIDALE

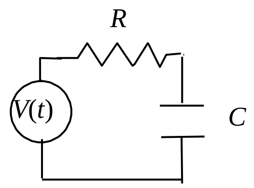
Fa1. Un generatore di corrente alternata con voltaggio massimo di 24 V e frequenza di 50 Hz è collegato a una resistenza R = 265 Ω. Calcolare V_{eff}, I_{eff}, la potenza media dissipata e la potenza massima.
[V_{eff} = 17 V; I_{eff}= 0.064 A; P_m = 1.09 W; P_{max}= 2.18 W]

Fa2. Mantenendo lo stesso generatore dell'esercizio precedente, si vuole che la potenza media dissipata nella resistenza sia 5 W. Quale deve essere il nuovo valore di R?
(A) 1325 Ω **(B) 57.6 Ω** (C) 132 Ω (D) 530 Ω (E) ______

Fa3. Un condensatore di capacità C = 4.5 μF è collegato ad un generatore di corrente alternata con V_{eff} = 120 V. Calcolare la I_{eff} nel caso in cui la frequenza sia 60Hz, oppure 6 Hz.
[I_{eff} = 0.2 A; I_{eff}= 0.02 A]

Fa4. Un condensatore di capacità C = 50 μF è collegato ad un generatore di corrente alternata con frequenza di 60Hz. L'intensità massima di corrente è 2,1 A, mentre in un dato istante t_1 la corrente vale $I(t_1)$ = 0.5 A e sta aumentando. Calcolare $V(t_1)$.
(A) – 108 V (B) 7.2 V (C) – 54 V (D) 14.8 V (E) 28.3 V

Fa5. Dato il circuito della figura, con . $V(t)$= (311cosωt)V, ω = 2π·50 rad/s, R = 20 Ω, C = 160 μF, l'ampiezza massima della corrente circolante è pari a



(A) 7.7 A **(B) 11 A**
(C) 16 A (D) 22 A (E) _______

Soluzione. L'ampiezza massima della corrente è

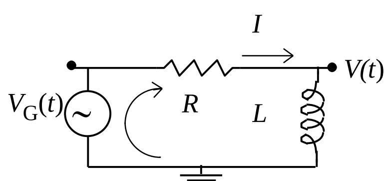
$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}} \cong 11.0\text{A}$$

Fa6. L'angolo di fase tra corrente e tensione del problema precedente vale circa
(A) – 39.3° (B) 20° (C) 30° **(D) –45°** (E) 60°

Soluzione. L'angolo di fase in valore assoluto è $\varphi = \tan^{-1} - \frac{1}{\omega RC} \cong -45°$. Ciò significa che la corrente è in anticipo rispetto alla tensione.

Fa7. Un condensatore C = 11μF e una resistenza R = 35 Ω sono collegati in serie ad un generatore di corrente alternata con V_{eff} = 110 V. A quale frequenza deve funzionare il generatore per avere nel circuito una corrente efficace I_{eff} = 1,2 A?
(A) 234 Hz (B) 86 Hz (C) 14 Hz (**D) 170 Hz** (E) 8.6 Hz

Fa8. Nel circuito della figura $V_g(t)$= (3cosωt) volt con ω = 10^4 rad/s, R= 15 Ω, L=0.002 H. Il circuito è percorso da una corrente sinusoidale I_0cos(ωt+φ) con ampiezza massima I_0 di
(A) 0.5 A (B) 0.4 A (C) 0.35 A (D) 0.24 A **(E) 0.12 A**



Soluzione. Occorre calcolare l'impedenza nel caso di una resistenza in serie con una induttanza:

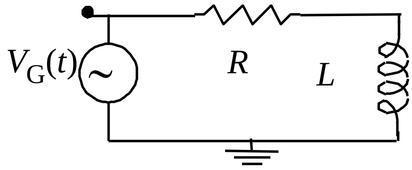
$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{15^2 + (10^4 \cdot 0.002)^2}\,\Omega = \sqrt{225 + 400}\,\Omega = 25\Omega$$

Tale impedenza è il rapporto tra la massima ampiezza V_0 del voltaggio e la massima ampiezza I_0 della corrente. Perciò si ha che $I_0 = \dfrac{3\text{ V}}{25\,\Omega} = 0{,}12\text{ A}$. L'angolo di sfasamento φ della corrente rispetto alla tensione vale :

$\varphi = \tan^{-1}\dfrac{\omega L}{R} =$ 53° ; ciò significa che la corrente è in ritardo rispetto alla tensione di circa un radiante.

Fa9. Nel circuito della figura si ha $V_G(t) = (311\cos\omega t)$ V con $\omega = 314$ rad/s; nella resistenza R =1 kΩ viene dissipata una potenza di 24 W. L'induttanza L vale circa

(A) 3.21 H (B) 4.58 H (C) 5.62 H
(D) 6.24 H (E)______



Soluzione. Poiché la tensione è sinusoidale, il valore efficace della corrente è: $I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ e la potenza dissipata sulla resistenza è: $W = \dfrac{RI_0^2}{2}$,dove il valore massimo della corrente è dato dal rapporto fra il valore massimo della tensione e l'impedenza Z del circuito: $I_0 = \dfrac{V_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$

Sostituendo nella relazione che esprime la potenza, si ricava il valore dell'induttanza L:

$$L = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{RV_0^2}{2W} - R^2} = 3.21\text{ H}$$

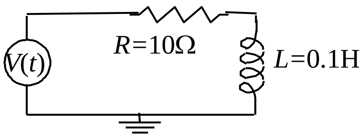
Fa10. Un voltaggio sinusoidale di 220V efficaci e frequenza di 50 Hz è applicato ad una resistenza R = 40 Ω in serie ad una induttanza L = 0.2 H. La potenza dissipata nella resistenza è di circa

(A) 1210 W **(B) 350 W** (C) 24 W (D) 605 W (E) 0 W

Fa11. Un'induttanza L = 0.38 H e una resistenza R = 225 Ω sono collegate in serie ad un generatore di corrente alternata con V_{eff} = 30 V e frequenza 60 Hz . Calcolare: a) I_{eff} nel circuito; b) V_{eff} ai capi di R; c) V_{eff} ai capi di L.
[a) I_{eff} = 0.112 A; b) V_{eff} (R)=25.2 V; c) V_{eff} (L) = 16 V]

Fa12. Il voltaggio variabile applicato al circuito della figura è espresso in volt da $V(t) = 20\cos\omega t$, con $\omega = 2\pi\cdot 50$ rad/s. La potenza media dissipata in R vale circa

(A) 1.8 W (B) 6 W
(C) 20 W (D) 40 W (E) _________



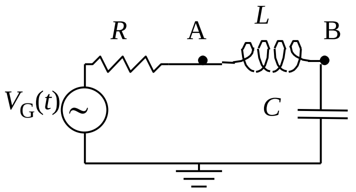
Fa13. Un'induttanza in serie a una resistenza R = 100 Ω è collegata a una presa elettrica di un impianto domestico (V_{eff} = 220 V, *frequenza* = 50 Hz). Se un voltmetro legge una caduta di tensione efficace ai capi della resistenza di 158 V, l'induttanza vale circa

(A) 0.1 H (B) 0.2 H **(C) 0.3 H** (D) 0.4 H (E) 0.5 H

Fa14. Un generatore $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ con ampiezza massima V_0 = 311 V e periodo T = 20 ms è collegato a una induttanza L = 300 mH in serie con una resistenza R = 100 Ω. La potenza media erogata dal generatore vale

(A) 106 W (B) 146 W **(C) 256 W** (D) 694 W (E) ______

Fa15. Nel circuito della figura si ha $V_G(t)$ = (10cosωt)volt con ω =1000 rad/s, R = 20 Ω, C = 15 μF, L = 30 mH. La potenza media dissipata in R vale



(A) 0.57 W (B) 1.54 W (C) 2.50 W
(D) 4.20 W (E) 4.86 W

Fa16. Con riferimento al problema precedente, quanto vale il massimo valore della differenza di potenziale V_{AB} ai capi dell'induttanza?

(A) 2.3 V **(B) 7.2 V** (C) 13.7 V (D) 14.8 V (E) 28.3 V

Fa17. Un'induttanza L = 53 mH, una resistenza R = 10 Ω e un condensatore C = 65μF sono collegati in serie ad un generatore di corrente alternata con V_{eff} = 25 V.
La frequenza propria di risonanza del circuito vale

(A) 234 Hz **(B) 86 Hz** (C) 14 Hz (D) 137 Hz (E) 8.6 Hz

Fa18. Con riferimento al problema precedente, la corrente circolante in condizioni di risonanza vale

(A) 2.5 A (B) 5 A (C) 10 A (D) 12.5 A (E) ____

Fa19. Un'induttanza L = 90 mH, una resistenza R = 175 Ω e un condensatore C = 15μF sono collegati in serie ad un generatore di corrente alternata con V_{eff} = 120 V e frequenza 60 Hz.
Disegnare il diagramma dei fasori e calcolare l'angolo di sfasamento φ.

(A) – 39.3° (B) 20° (C) 30° (D) −45° (E) 60°

Fa20. Un'induttanza L = 150 mH, una resistenza R = 42 Ω e un condensatore C = 35μF sono collegati in serie ad un generatore di corrente alternata con V_{eff} = 41 V e frequenza 75 Hz.
Calcolare V_{eff} ai capi di L.

(A) 2.3 V **(B) 67 V** (C) 13.7 V (D) 14.8 V (E) 28.3 V

Fa21. Con riferimento al problema precedente, la frequenza propria di risonanza del circuito vale

(A) 234 Hz (B) 86 Hz **(C) 69 Hz** (D) 137 Hz (E) 8.6 Hz

VALORE EFFICACE DEL VOLTAGGIO

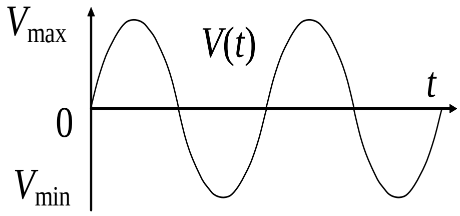
Dato un segnale periodico, si definiscono:

Valore medio = $\langle V(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_o^T V(t)dt$ indicato V_{DC} = valore in continua (Direct Current)

Valore efficace = $\sqrt{\langle V^2(t)\rangle} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_o^T V^2(t)dt}$ = V_{eff} = V_{RMS}.

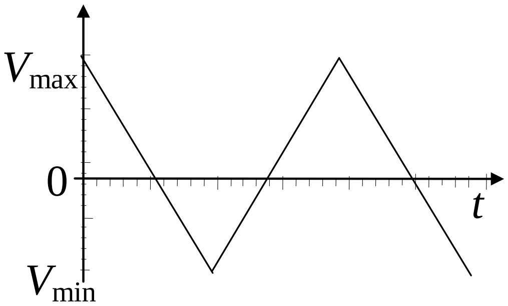
Per funzioni simmetriche rispetto all'asse dei tempi, dove V_{DC} = 0, il valore efficace è determinato dalla forma del segnale. Se il segnale è:

- **sinusoidale**



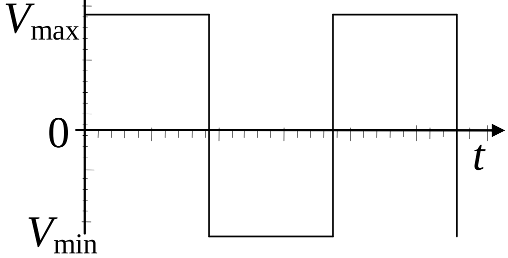
$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_{max}{}^2 \sin^2(\omega t)dt} = \sqrt{V_{max}{}^2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

- **triangolare**



$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V^2(t)dt} = \sqrt{V_{max}{}^2 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{V_{max}}{\sqrt{3}}$$

- **onda quadra**

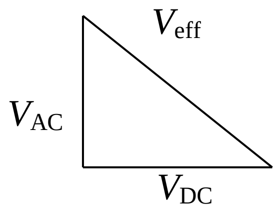


$V_{eff} = V_{max}$

Per funzioni non simmetriche rispetto all'asse dei tempi, il multimetro digitale consente di misurare la V_{AC}, ovvero la sola componente alternata di un dato voltaggio ; il valore istantaneo di V_{AC} è calcolato dallo strumento come differenza fra il valore istantaneo $V(t)$ e la componente V_{DC} del segnale: $V_{AC}(t) = V(t) - \langle V\rangle$; lo strumento poi calcola la media dei quadrati su N misure:

$$\left\langle V^2{}_{AC}(t)\right\rangle = \frac{1}{N}\sum_N (V(t)-\langle V\rangle)^2 = \sum \frac{V(t)^2}{N} + \sum \frac{\langle V\rangle^2}{N} - 2\sum \frac{V(t)\langle V\rangle}{N} =$$

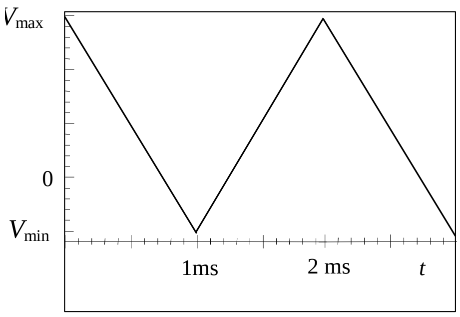
$$= \left\langle V^2\right\rangle + \langle V\rangle^2 - 2\langle V\rangle\langle V\rangle = \left\langle V^2\right\rangle - \langle V\rangle^2$$



la relazione che lega V_{AC}, V_{DC} e V_{eff} è pertanto la seguente:

$$V^2{}_{AC} = V^2{}_{eff} - V_{DC}{}^2$$

Fb1. Il valore efficace del voltaggio periodico (T = 2 ms) rappresentato in figura dove V_{max} = 3V e V_{min} = −1 V vale



(A) 1.15 V (B) 1.26 V **(C) 1.53 V**
(D) 2.31 V (E) ________

Soluzione. Si considera il segnale scomposto in una componente continua, pari al valore medio del segnale:

$$V_{DC} = \frac{V_{max}+V_{min}}{2}$$

e in una componente periodica, V_{AC}, simmetrica rispetto al valore medio, che dipende solo dalla forma dell'onda. Tale componente per una forma triangolare ha valore:

$$V_{AC} = \frac{V_{max}-V_{min}}{2}\sqrt{\frac{1}{3}};$$

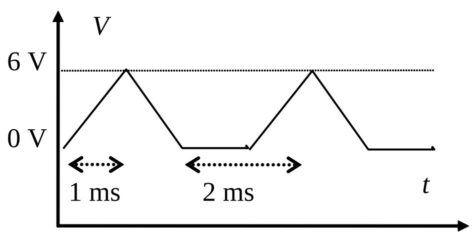
per onde sinusoidali: $V_{AC} = \frac{V_{max}-V_{min}}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$;

per onde rettangolari: $V_{AC} = \frac{V_{max}-V_{min}}{2}\cdot 1$.

Nel caso dell'esercizio, trattandosi di onda triangolare il valore efficace richiesto è perciò:

$$V_{eff} = \sqrt{V_{AC}^2 + V_{DC}^2} = \sqrt{\frac{4}{3}+1} = 1.53\ \text{V}$$

Fb2. Il voltaggio di un generatore rappresentato su di un oscilloscopio collegato in corrente continua fornisce il grafico della figura. Misurando il voltaggio del generatore con un multimetro digitale ci si aspetta di leggere un valore di V_{AC} pari a circa



(A) 2.0 V (B) 2.8 V (C) 3.5 V (D) 4 V (E) 6 V

Soluzione. Poiché $V_{AC} = \sqrt{\left\langle V^2\right\rangle - \langle V\rangle^2}$, occorre calcolare il valore quadratico medio $\left\langle V^2\right\rangle$ del voltaggio e il suo valore medio $\langle V\rangle$.

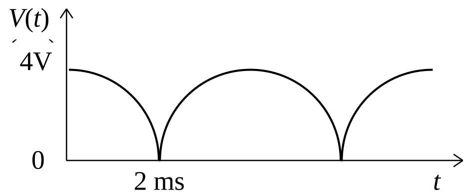
Volendo applicare la definizione, basta calcolare il valore medio e il valore quadratico medio su metà dell'onda triangolare (solo la salita) descritta dall'equazione $V(t) = \frac{6\text{V}}{1\text{ms}}t$, valida per 0≤t≤1 ms, e moltiplicare i risultati per $\frac{2}{3}$ in quanto per un terzo del periodo il segnale è identicamente nullo e non contribuisce agli integrali. Si ha pertanto:

$$\langle V \rangle = \frac{2}{3} 6 \int_0^1 t\mathrm{d}t = \frac{2}{3} 6 \frac{1}{2} = 2 \text{ V} \;\; ;$$

$$\langle V^2 \rangle = \frac{2}{3} 6^2 \int_0^1 t^2 \mathrm{d}t = \frac{2}{3} \cdot 36 \cdot \frac{1}{3} = 8 \text{ V}^2$$

$$\Rightarrow V_{\mathrm{AC}} = \sqrt{8 - 2^2} \text{V} = 2 \text{ V}$$

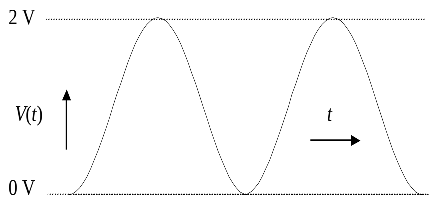
Fb3 Un voltaggio variabile $V(t)$ ha l'andamento semicircolare riportato in figura e, per i primi 2 ms, può essere descritto dalla funzione $V(t) = \sqrt{a - bt^2}$ dove a = 16 V^2, $b = 4 \dfrac{\text{V}^2}{(\text{ms})^2}$.



Il valore efficace del voltaggio vale:

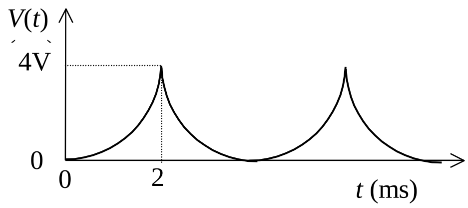
(A) 0.797 V (B) 0.893V (C) 2V
(D) 3.14 V **(E) 3.27 V**

Fb4. Un voltaggio $V(t)$ oscilla sinusoidalmente tra 0 e 2V con periodo T = 10 ms. Il suo valore efficace V_{eff} vale circa

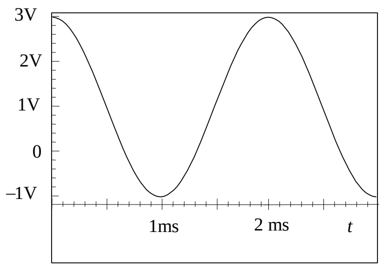


(A) 1 V **(B) 1.22 V** (C) 1.71 V
(D) 2 V (E)_____ V

Fb5. Un voltaggio variabile $V(t)$ ha l'andamento parabolico riportato in figura e, per i primi 2 ms, può essere descritto dalla funzione $V(t) = at^2$ dove a = 1V/ms^2. Il voltaggio medio vale



(A) 1.33V (B) 1.79 V (C) 2.00 V
(D) 2.27V (E) 3.02 V



Fb6. Il voltaggio sinusoidale della figura ha un valore V_{AC} misurato con un multimetro digitale in alternata pari a circa

(A) 1.0 V **(B) 1.4 V** (C) 1.7 V
(D) 2 V (E) ___

Fb7. Un voltaggio è rappresentato da un'onda quadra di periodo 3 ms i cui valori massimo e minimo sono: $V_{\max} = -6$ V e $V_{\min} = -8$ V. Il valore efficace del voltaggio è
(A) 4.47 V (B) 5.00 V (C) 5.83 V (D) 6.40 V **(E) 7.07 V**

Fb8. Un voltaggio varia sinusoidalmente secondo la legge $V(t) = 2 + \cos^2(\omega t)$.
Calcolare il valore efficace del voltaggio.
(A) 2.523 V (B) 6.37 V (C) 0.35 V (D) 2.5 V (E) 7.07 V

Fb9. Un voltaggio varia sinusoidalmente secondo la legge $V(t) = 2 + \cos^2(\omega t)$.
Calcolare il valore medio.
(A) 2.523 V (B) 6.37 V (C) 0.35 V **(D) 2.5 V** (E) 7.07 V