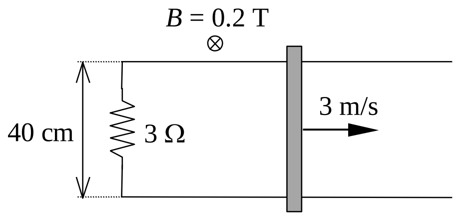
INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

Eb1. Una spira rettangolare di altezza l = 40 cm è completata da un contatto mobile che viene spostato verso destra alla velocità costante v = 3 m/s. Se il piano della spira è perpendicolare a un campo d'induzione magnetica uniforme di modulo B = 0.2 T e la resistenza complessiva della spira è R = 3 Ω, la forza necessaria per spostare il contatto mobile è pari a:



(A) 0.24 N (B) 0.08 N (C) 3.14 mN **(D) 6.40 mN** (E) 9.80 mN

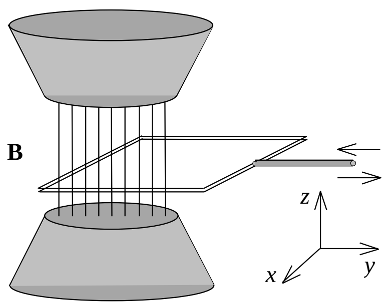
Soluzione. La *f.e.m.* $\mathscr{E}$ generata ai capi della barra è $\mathscr{E} = B\,l\,\mathrm{v}$; perciò la corrente indotta nella spira, in senso antiorario, è $I = \mathscr{E}/R$. Il modulo della forza è quindi:

$$F = IlB = \frac{(lB)^2\,\mathrm{v}}{R} = \frac{(0.4\cdot 0.2)^2\cdot 3}{3}\,\mathrm{N} = 6.4\,\mathrm{mN}$$

Eb2. Per rivelare le vibrazioni di un macchinario si collega a questo un avvolgimento quadrato, lato medio l = 5 cm, costituito da N = 1000 spire e posto per circa la metà tra i poli di un magnete permanente dove B = 0.3 T. Se i terminali dell'avvolgimento vanno a un oscilloscopio che consente di stimare al minimo una *f.e.m.* di 0.5 mV, qual è approssimativamente la minima velocità di spostamento rilevabile?

(A) 1 m/s (B) 33 mm/s (C) 1 mm/s

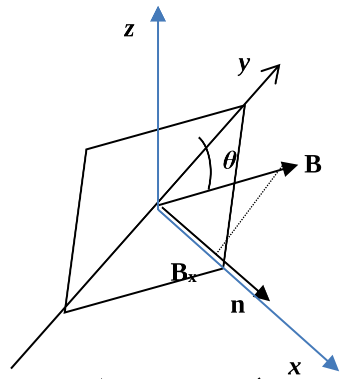
(D) 33 µm/s (E) 10 µm/s



Soluzione. Se la spira si sposta con velocità v, la *f.e.m.* indotta $\mathscr{E}$ è data da: $\mathscr{E} = NlvB$. Perché questa *f.e.m.* sia letta dall'oscilloscopio, è necessario che si abbia: $\mathscr{E} \geq V_S = 0.5\,\mathrm{mV}$. Ne deriva la condizione:

$$\mathrm{v} \geq \frac{Vs}{NBl} = \frac{0.5\times 10^{-3}}{1000\cdot 0.05\cdot 0.3}\,\mathrm{m/s} = 33\,\mu\mathrm{m/s}.$$

Eb3. Un avvolgimento quadrato di N = 300 spire di lato L = 20 cm è fatto ruotare con velocità angolare costante attorno a una sua diagonale in un campo uniforme **B** che forma un angolo di ϑ = 30° con l'asse di rotazione. Se |**B**| = 0.7 T e ai capi dell'avvolgimento si misura una f.e.m. alternata sinusoidale con un valore efficace V_{eff} = 2.97 V, la velocità angolare di rotazione ω è



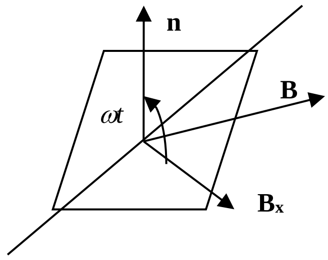
(A) 0 rad/s (B) 0.5 rad/s **(C) 1.0 rad/s**
(D) 2.0 rad/s (E) indeterminata

Soluzione. Al flusso Φ_B concatenato con la spira contribuisce solo la componente di **B** perpendicolare all'asse di rotazione; infatti, nel sistema di riferimento della figura, dove:

$$\begin{cases} B_y = B\cdot\cos(\vartheta) \\ B_x = B\cdot\sin(\vartheta) \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} n_y = 0 \\ n_x = \cos(\omega\cdot t) \end{cases}$$

il flusso di **B** attraverso l'avvolgimento vale

$$\Phi(\mathbf{B}) = NS\mathbf{n}\bullet\mathbf{B} = NSB\sin(\vartheta)\cos(\omega t) = NS\frac{B}{2}\cos(\omega t)$$



La forza elettromotrice indotta ai capi dell'avvolgimento è perciò:

$$V = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = NS\frac{B}{2}\omega\sin\omega t$$

il cui valore efficace è $V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} NS\frac{B}{2}\omega$

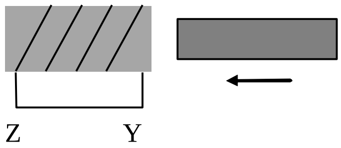
La velocità angolare di rotazione dell'avvolgimento è quindi:

$$\omega = \frac{V_{eff}\sqrt{2}}{N\frac{B}{2}S} = \frac{2.97\text{V}\sqrt{2}}{300\cdot\frac{0.7}{2}\text{T}\cdot 0.04\text{m}^2} \approx 1 \text{ rad/s}$$

Eb4. Un solenoide di 300 spire avvolte su un cilindro di ferro (μ_r = 600), lungo 40 cm con una sezione di 8 cm^2, porta una corrente di 1.2 A. Il flusso di **B** attraverso una sezione del solenoide vale circa:

(A) 0.90 μWb (B) 2.84 μWb (C) 26.5 μWb (D) 170 μWb **(E) 543 μWb**

Eb5. Un filo d'argento è avvolto su di un cilindro isolante vuoto e chiuso tra i punti Z e Y come in figura. Una barra di rame, inizialmente a destra del cilindro, è spinta con velocità costante attraverso il cilindro finché emerge completamente a sinistra. Durante questo moto:



(A) degli elettroni passano da Y a Z e dopo da Z ad Y
(B) degli elettroni passano da Z ad Y e dopo da Y a Z
(C) non vi è corrente tra Y e Z
(D) degli elettroni passano da Y a Z (**E**) degli elettroni passano da Z a Y

Eb6. La candela di un motore a scoppio è alimentata attraverso un avvolgimento, di resistenza trascurabile, costituito da 7000 spire avvolte su un cilindro ferroso di raggio r = 1 cm in cui il campo d'induzione magnetica B viene portato da 1 T a 0.1 T in Δt = 0.2 ms. Il valore medio della differenza di potenziale ai capi dell'avvolgimento è di circa:

(A) 1.4 V (B) 10 V (C) 100 V (D) 10^3 V **(E) 10^4 V**

Eb7. Un solenoide lungo 20 cm consiste di 400 fili avvolti su di un cilindro di alluminio di 6 cm di diametro. Se l'avvolgimento è percorso da una corrente oscillante sinusoidalmente con valore massimo I_0=2 A e periodo di 20 ms, la differenza di potenziale massima misurata ai capi di una spira interrotta posta attorno al solenoide vale

(A) 0.45 mV (B) 1.1 mV (C) 1.79 mV **(D) 4.5 mV** (E) _______

Eb8. Una bobina di 100 spire e 150 cm^2 di area il cui asse è parallelo a z si trova inizialmente nel campo magnetico **B** uniforme di componenti cartesiane B_x = 0.3 T, B_y = 0.4 T, B_z= 0.5 T. Il campo magnetico **B** viene portato a zero con velocità di cambio costante in un tempo di 0.2 s. In tale intervallo di tempo, il valore medio della forza elettromotrice indotta nella bobina vale circa

(A) 1.0 V (B) 1.125 V (C) 1.2 V **(D) 3.75 V** (E) ________

Eb9. Un avvolgimento circolare (raggio R = 10 cm) di 150 spire al tempo t = 0 si trova nel piano xy con centro coincidente nell'origine e in presenza di un campo magnetico costante $\mathbf{B} = B_z\mathbf{k}$ con B_z= 0.3 T. Se l'avvolgimento ruota con velocità angolare costante $\omega = 2\pi / T$ avendo come asse di rotazione l'asse delle x e il massimo voltaggio misurato ai capi dell'avvolgimento è V_0 = 88.8 V, il periodo T di rotazione dell'avvolgimento è di circa

(A) 50 ms (B) 70 ms **(C) 100 ms** (D) 167 ms (E) _____

Eb10. Una bobina è costituita da 100 spire di 1.2 cm di diametro e ha una resistenza in serie di 200 Ω. Nell'intervallo di tempo Δt la bobina viene estratta completamente da un campo magnetico **B** parallelo all'asse della bobina, e in tale intervallo attraverso la bobina passa in media una carica di 32 μC. Il modulo di *B* vale

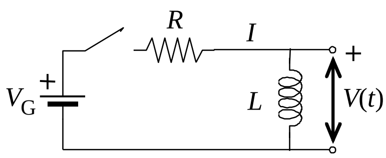
(A) 0.283 T (B) 0.354 T **(C) 0.566 T** (D) 0.707 T (E) 1.132 T

Eb11. Un lungo solenoide con diametro d = 50 cm è costituito da N_{sol} = 2000 spire/metro e percorso da corrente I_{sol} = 15 A. Al centro del solenoide sono avvolti n = 15 giri di un filamento di costantana chiusi su se stessi e con resistenza complessiva R = 3 Ω (il diametro dell'avvolgimento di costantana è uguale a quello del solenoide). Se la corrente nel solenoide viene spenta in un tempo t = 2 ms, la corrente media che percorre il circuito di costantana durante lo spegnimento vale

(A) 3.46 A (B) 10.1 A (C) 15.1 A **(D) 18.5 A** (E) 40.4 A

CIRCUITI ELETTRICI IN C.C. CON INDUTTANZE

Ec1. Nel circuito della figura, dove V_G = 60 V, R = 12 Ω e $L = 10^{-3}$ H, l'interruttore è chiuso all'istante t = 0. Determinare l'andamento della corrente nel circuito.



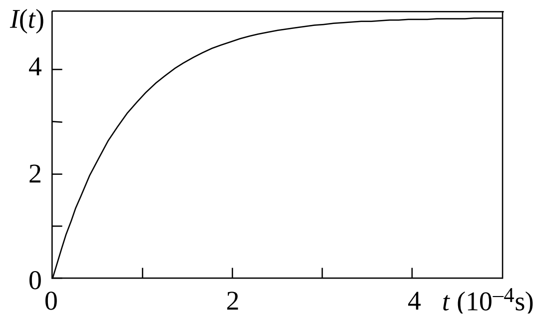
Soluzione. Si esamini dapprima il circuito all'istante iniziale e dopo un tempo abbastanza lungo.
Per t = 0, la corrente è nulla, $I(0) = 0$; non vi è caduta di tensione sulla resistenza e nella maglia si ha:

$$-V_G + V(0) = 0 \Rightarrow V_G = V(0)$$

Dopo un tempo "abbastanza lungo" la corrente raggiunge un valore costante I_∞ e la caduta di tensione ai capi dell'induttanza si annulla, $V(t) = 0$. Nella maglia perciò:

$$-V_G + I_\infty R = 0 \Rightarrow I_\infty = \frac{V_G}{R} = 5\ \text{A}$$

Nel generico istante t la corrente $I(t)$ è data dalla legge della maglia



$$-V_G + I(R) + L\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} = 0$$

la cui soluzione è:

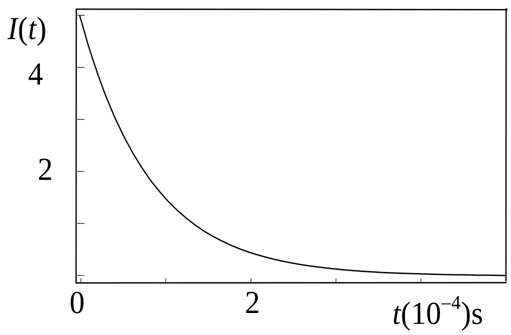
$$I(t) = \frac{V_G}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Nella figura è rappresentato l'andamento di I nel caso dell'esercizio. La costante di tempo è

$$\tau = \frac{L}{R} = 8.33(10^{-5})\text{s}$$

All'**apertura** del circuito, la corrente diminuisce e la forza elettromotrice autoindotta si oppone alla variazione. In questo caso, l'andamento della corrente, rappresentato in figura, segue la legge:

$$I(t) = \frac{V_G}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$



Ec2. Un'induttanza L = 0.4 H e una resistenza R = 20 Ω sono collegati in serie all'istante t = 0 a un generatore V = 2 V. La massima energia immagazzinata dall'induttanza è pari a

(A) 1 mJ **(B) 2 mJ** (C) 4 mJ (D) 8 mJ (E) 10 mJ

Soluzione.. La corrente massima raggiunta molto tempo dopo la chiusura dell'interruttore ha valore: $I_{\max} = \frac{V_G}{R} = \frac{2}{20} = 0.1\text{A}$. La corrispondente energia immagazzinata in L vale

$$\frac{1}{2} L I_{\max}^2 = \frac{1}{2} 0.4 (0.1)^2 \text{J} = 2 \text{ mJ}$$

Ec3. Nel circuito del problema precedente, dopo la chiusura dell'interruttore, la potenza dissipata dalla resistenza eguaglia la potenza assorbita dall'induttanza solo dopo un intervallo di tempo pari a circa

(A) 14 ms (B) 21 ms (C) 9 ms (D) 3 ms (E) 1 ms

Soluzione. Dato che la potenza erogata dal generatore è uguale alla somma delle potenze assorbite dall'induttanza e dalla resistenza, nel caso in esame, in cui le potenze W_R e W_L sono uguali, si ha che $W_R = \frac{1}{2} W_G \Rightarrow RI^2 = \frac{1}{2} V_G I \Rightarrow I = \frac{V_G}{2R} = \frac{1}{2} I_\infty$

Sostituendo quindi nell'espressione della corrente, si ottiene t:

$$\frac{1}{2}\frac{V_G}{R} = \frac{V_G}{R}\left(1 - e^{\left(-\frac{R}{L}t\right)}\right) \Rightarrow e^{\left(-\frac{R}{L}t\right)} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R}{L} t = \ln 2 \Rightarrow t = \frac{L}{R} \ln 2 = \frac{0.4}{20} 0.693 \cong 14 \text{ ms}$$

Ec4. La corrente che circola in una induttanza da 10^{-3} H viene portata da 0 A a 3 A in due secondi. Dopo tale tempo l'energia immagazzinata nell'induttanza è:

(A) 3 J (B) 0.15 J (C) 0.030 J **(D) 4.5 mJ** (E) 0.9 mJ

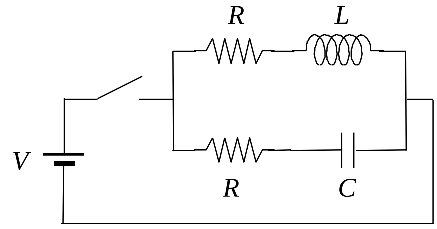
Ec5. Una differenza di potenziale di V=60V è applicata a partire dall'istante iniziale a una induttanza L= 12 mH che ha una resistenza in serie R=30 ohm. La corrente che circola nell'induttanza un secondo dopo l'accensione vale circa (in A)

(A) 0 **(B) 2** (C) 5 (D) 2500 (E) 5000

Ec6. Una differenza di potenziale di V=60V è applicata a partire dall'istante iniziale a una induttanza L= 12 mH che ha una resistenza in serie R=30 Ω. La corrente inizialmente aumenta al ritmo di (in A/s)

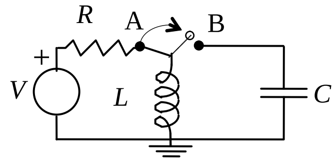
(A) 0 (B) 2 (C) 5 (D) 2500 **(E) 5000**

Ec7. Nel circuito della figura $R = 15\ \Omega$, $L = 0.15$ H e $V = 6$ V. Quale deve essere il valore di C affinché, dal momento della chiusura dell'interruttore in poi, dalla batteria fluisca una corrente costante $I = 0.4$ A se, prima della chiusura, nella maglia *RLC* non fluiva alcuna corrente?



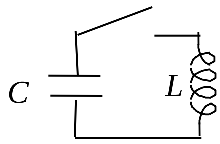
(A) 10 mF **(B) 667μF** (C) 333 μF
(D) 10 μF (E) 67 nF

Ec8. Nel circuito della figura si ha: $V = 5$V, $R = 5\ \Omega$, $C = 0.4$ mF e $L = 0.25$ H. L'interruttore viene lasciato 10 secondi nella posizione *A* e, successivamente, spostato nella posizione *B*. La massima differenza di potenziale, rispetto a terra, raggiunta dal punto *B* vale:



(A) 5 V (B) 10 V **(C) 25 V**
(D) 50 V (E) 125 V

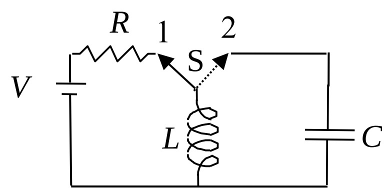
Ec9. Un condensatore C carico con differenza di potenziale iniziale di 1000 V viene chiuso al tempo $t = 0$ su una induttanza L. Se un tempo $t = 70$μs dopo la chiusura la corrente in L ha raggiunto una prima volta il valore massimo di 45 A, l'induttanza L vale



(A) 1 mH (B) 4 mH (C) 5 mH (D) 7 mH (E) ______

Ec10. Con riferimento al problema precedente, il condensatore C vale circa
(A) 2 μF (B) 3 μF (C) 5 μF (D) 7 μF (E) ______

Ec11. Il sistema di accensione della candela di un motore a scoppio (spinterogeno) funziona secondo il principio del circuito della figura. Quando l'interruttore S è nella posizione 1, il voltaggio $V = 12$ V della batteria è applicato ad una resistenza $R = 5\ \Omega$ in serie con l'induttanza $L = 1$ mH del "rocchetto". Quando l'interruttore S è nella posizione 2, la batteria è esclusa e i capi del rocchetto sono collegati alla "candela" rappresentabile mediante un condensatore $C = 10$ pF. Tenendo conto del fatto che l'interruttore S commuta almeno 30 volte al secondo (corrispondenti a circa 1000 giri/min), il voltaggio massimo V_C che si potrebbe sviluppare sulla candela (C) è pari a circa



(A) 24.0 kV (B) 40.0 kV (C) 50.3 kV (D) 75.9 kV (E) ______ kV