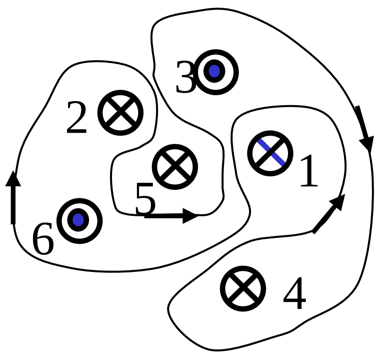
CAMPO MAGNETICO B – LEGGE DI AMPÈRE

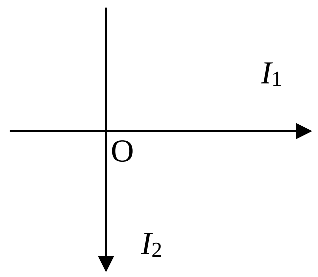
Da1. Sei fili conduttori entrano perpendicolarmente nel foglio come in figura. Ogni filo è attraversato, nella direzione specificata in figura, dalla corrente $I_n = n\, I_0$, dove n è il numero associato ad ogni filo. Calcolare la circuitazione di **B** lungo la linea chiusa continua, percorsa nella direzione indicata dalla freccia.



(A) $6\mu_0 I_0$ **(B)** $-3\mu_0 I_0$ (C) $-9\mu_0 I_0$
(D) $\mu_0 I_0$ (E) 0

Soluzione. La linea chiusa si avvolge intorno alle correnti 2,3,4,6 che, quindi, sono le sole ad essere concatenate con la linea chiusa; tenendo conto del verso delle correnti secondo la regola del cacciavite, la circuitazione di **B** vale: $\oint \mathbf{B}\cdot \mathrm{d}\mathbf{l}$ $= \mu_0(-6+2-3+4)I_0 = -3\mu_0\, I_0$.

Da2. Due lunghi fili posti lungo gli assi cartesiani del disegno portano le correnti $I_1 = 3$ A lungo la direzione positiva dell'asse x e $I_2 = 4$A lungo la direzione negativa dell'asse y. Il modulo del campo **B** nel punto di coordinate P(4 m, 3 m) vale:

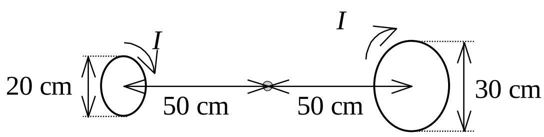


(A) 0 μT (B) 0.12 μT **(C) 0.40 μT**
(D) 0.42 μT (E) 0.20 μT

Soluzione. Ambedue le correnti danno contributi $\mathbf{B}_1$ e $\mathbf{B}_2$ perpendicolari al piano del disegno; nel punto P appartenente al primo quadrante i vettori $\mathbf{B}_1$ e $\mathbf{B}_2$ hanno verso uscente dal piano del foglio e perciò si sommano. Per quanto riguarda i moduli, si ha:

$$B = \frac{2k_\mathrm{m}\cdot I}{d} \Rightarrow B_1 = 2(10^{-7})\frac{3}{3}\mathrm{T} = 0.2\ \mu\mathrm{T};\ B_2 = 2(10^{-7})\frac{4}{4}\mathrm{T} = 0.2\ \mu\mathrm{T} \Rightarrow B = 0.4\mu\mathrm{T}$$

Da3. Due avvolgimenti circolari coassiali sono percorsi dalla stessa corrente diretta in senso opposto e si trovano a distanza $l = 1$ m; il primo avvolgimento consiste di $N_1 = 360$ spire di 20 cm di diametro ($r_1 = 0.1$ m); il secondo avvolgimento ha un diametro di 30 cm ($r_2 = 0.15$ m). Quante spire N_2 deve avere approssimativamente il secondo avvolgimento perché il campo **B** si annulli nel punto medio della congiungente i centri delle due spire?



(A) 160 (B) 240 **(C) 172** (D) 540 (E) 237

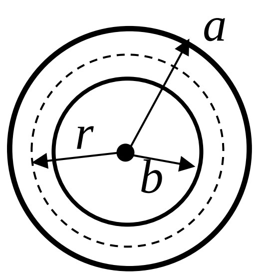
Soluzione. Il campo magnetico sull'asse di una spira circolare di raggio r a distanza d dal suo centro è

$$B = \frac{\mu_0 N I r^2}{2(r^2+d^2)^{3/2}}$$

Il problema si risolve imponendo l'uguaglianza dei moduli dei due contributi a B, ciascuno relativo a una spira che, lungo l'asse, hanno sempre versi opposti. Semplificando il fattore comune $\mu_0 I/2$ si ha:

$$\frac{N_1 r_1^2}{(r_1^2+d^2)^{3/2}} = \frac{N_2 r_2^2}{(r_1^2+d^2)^{3/2}} \Rightarrow N_2 = N_1 \frac{(r_1^2+d^2)^{3/2}\cdot r_1^2}{(r_1^2+d^2)^{3/2}\cdot r_2^2} = 360\frac{0.1^2\cdot(0.15^2+0.5^2)^{3/2}}{0.15^2\cdot(0.1^2+0.5^2)^{3/2}} \approx 172$$

Da4. Un conduttore cilindrico cavo, di raggio esterno a = 2.0 cm e raggio interno b = 1.6 cm, è percorso da una corrente I_0 = 100A, distribuita uniformemente sulla sua sezione. Calcolare il modulo del campo magnetico B per r = 1.8 cm (all'interno del conduttore). Disegnare il grafico di $B(r)$.



(A) 5.3(10^{-4}) T (B) 0 T (C) 3.2(10^{-4}) T
(D) 4.5(10^{-4}) T (E) 1.8(10^{-4}) T

Soluzione: Per la simmetria cilindrica le linee di forza del campo magnetico sono delle circonferenze concentriche al conduttore, e **B** è tangente ad esse. Quindi applichiamo il teorema di Ampère su una circonferenza di raggio r:

☐ per $r < b$ (nel cavo del conduttore) $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \oint B\, dl = 0 \quad \Rightarrow \quad B = 0$ perché la corrente concatenata è zero;

☐ per $b < r < a$ (all'interno del conduttore): la corrente concatenata si ricava moltiplicando la densità di corrente (rapporto fra la corrente I_0 e la sezione del conduttore) per la superficie del conduttore compresa nel cerchio di raggio r , cioè $I_{conc} = I_0 \cdot \dfrac{\pi r^2 - \pi b^2}{\pi a^2 - \pi b^2} = I_0 \dfrac{r^2-b^2}{a^2-b^2}$;

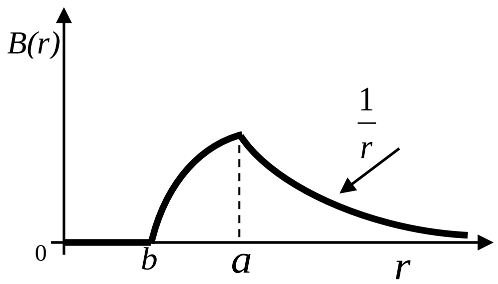
quindi $\oint B\, dl = \mu_0 I_{conc} \quad \Rightarrow \quad 2\pi r\, B(r) = \mu_0 I_0 \dfrac{r^2-b^2}{a^2-b^2} \quad \Rightarrow \quad B(r) = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\dfrac{r^2-b^2}{a^2-b^2}$

Per il raggio r = 1.8 cm specificato, $B(r)$ = 5.25(10^{-4}) T.

☐ per $r > a$ (esterno al conduttore) la corrente concatenata è I_0, quindi:

$$\oint B\, dl = \mu_0 I_{conc} \quad \Rightarrow \quad 2\pi r\, B(r) = \mu_0 I_0$$

$$\Rightarrow \quad B(r) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$



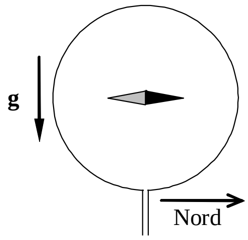
Da5. L'espressione di un campo **B** in un riferimento cartesiano è $\mathbf{B} = A(-y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 0\mathbf{k})$. Calcolare rot **B**.

(A) rot **B** = 2A**i** **(B)** rot **B =** 2A**k** (C) rot **B** = 2A**j** (D) rot **B** = A**k** (E) _______

Da6. L'espressione di un campo **B** in un riferimento cartesiano è $\mathbf{B} = A(-y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 0\mathbf{k})$. Calcolare la circuitazione di **B** lungo una circonferenza di raggio R e centro nell'origine cartesiana.

(A) $2A\pi R^2$ (B) $2AR^2$ (C) $2A\pi R$ (D) $A\pi R^2$ (E) _______

Da7. In un punto della superficie terrestre dove la componente orizzontale del campo magnetico vale 50 μT, una piccola bussola viene posta orizzontalmente nel centro di un avvolgimento circolare che appartiene al piano individuato dalla verticale e dalla direzione del Nord magnetico. Se l'avvolgimento consiste di $N = 50$ spire di raggio $R = 40$ cm, in corrispondenza di quale intensità di corrente l'ago magnetico defletterà di 45° rispetto alla direzione del Nord magnetico?



(A) 0.314 A **(B) 0.64 A** (C) 0.80 mA (D) 1.56 mA
(E) 27.4 mA

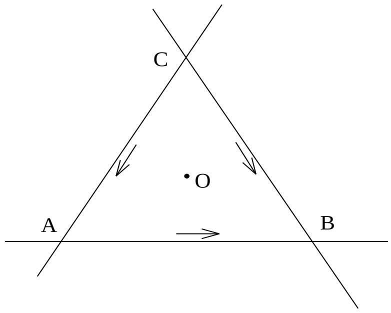
Da8. Un cavo di rame isolato, rettilineo e verticale, è percorso da una corrente di 30 A diretta verso il basso. Tenendo conto della presenza del campo magnetico terrestre, diretto verso Nord e del valore di $0.45(10^{-4})$ T, a quale angolo rispetto al Nord punterà l'ago di una bussola, se questa viene posta in un piano orizzontale e con il centro in un punto a 20 cm a Sud del filo? (angolo positivo in senso antiorario, ovvero verso Ovest).

(A) 23° **(B) 34°** (C) 0° (D) −23° (E) −34°

Da9. Un primo filo verticale è percorso da una corrente di 1 A nel verso ascendente. Un secondo filo, parallelo al primo e distante da questo 1 m, è percorso da una corrente di 2 A in senso ascendente. A che distanza dal primo filo il campo **B** sarà nullo?

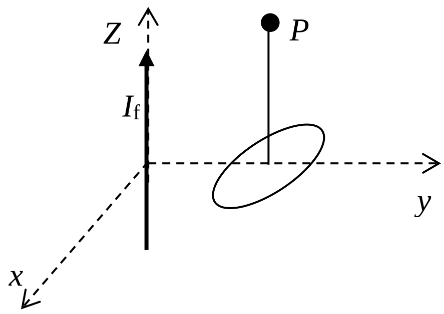
(A) 0.25 m **(B) 0.33 m** (C) 0.5 m (D) 1 m (E) 2 m

Da10. Tre lunghissimi fili quasi complanari, percorsi ciascuno da una corrente di 2 A nei versi indicati nella figura, si incrociano nei tre punti A, B, C che si trovano ai vertici di un triangolo equilatero con lato lungo 1.73 m. Nel baricentro O del triangolo equilatero il campo di induzione magnetica vale in modulo:



(A) 0 (B) 1.2 μT (C) 2.4 μT
(D) 3.6 μT **(E) 0.8 μT**

Da11. Un filo indefinito lungo l'asse *z* porta una corrente $I_f = 10$ A. Sul piano *xy* vi è una spira di raggio $R = 5$ cm percorsa da una corrente $I_s = 5$ A il cui centro si trova nel punto di coordinate
(0, 7cm, 0). Nel punto P di coordinate (0, 7 cm, 1 cm) il modulo del campo **B** vale



(A) 66 μT (B) 103 μT (C) 138 μT
(D) 172 μT (E) 179 μT

Da12. Due anelli identici di raggio $r = 0.7$ m e formati da 1200 spire hanno assi coincidenti e sono percorsi da corrente equiversa di uguale intensità $I = 0.8$ A. Se la distanza tra i due centri è $l = 1.4$ m, il modulo del campo **B** nel centro del primo anello vale

(A) $8.6(10^{-4})$T (B) $6.1\ (10^{-4})$T (C) $3.3\ (10^{-4})$T **(D) $9.4(10^{-4})$T** (E) ____

Da13. Un filo rettilineo sottile, percorso da una corrente da 20 A, corre lungo l'asse di un lungo solenoide di raggio $R = 3$ cm, con 500 spire al metro, portanti una corrente di 7 A. Il modulo del campo magnetico in un punto del solenoide a 2 mm di distanza dall'asse del solenoide è pari a:

(A) 1.9 mT (B) 2.7 mT (C) 3.7 mT **(D) 4.8 mT** (E) 6.5 mT

Da14. Due lunghi solenoidi coassiali con asse lungo *x* sono così costituiti:
solenoide interno 1500 spire al metro, corrente I_1, raggio 0.3 m;
solenoide esterno 3500 spire al metro, corrente I_2 , raggio 0.5 m.

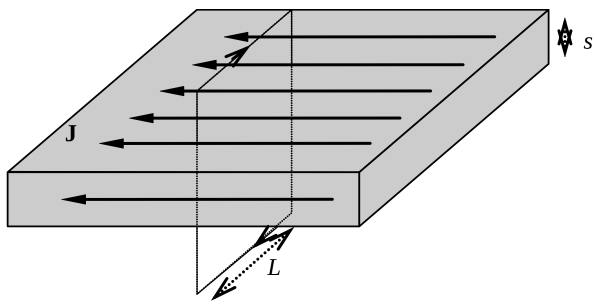
Se, a distanza d = 0.1 m dall'asse dei solenoidi, il modulo del campo B vale 12.57 mT e se la corrente I_1 è di 2 A e fluisce nello stesso verso di I_2, il rapporto I_2/I_1 vale, in valore assoluto:

(A) 1.00 (B) 1.86 (C) 3.14 (D) 3.71 (E) indeterminato

Da15. Un filo di rame di diametro 4 mm è percorso da una corrente I = 12 A di densità uniforme. Utilizzando il teorema di Ampère si trovi il modulo del campo magnetico all'interno del filo a distanza di 1 mm dal centro.

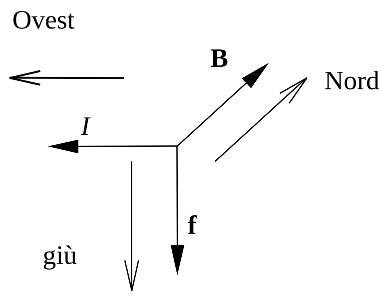
(A) $1(10^{-4})$ T **(B) $6(10^{-4})$ T** (C) 0 T (D) $12(10^{-4})$ T (E) $4(10^{-4})$ T

Da16. Una grande lastra conduttrice indefinita spessa s = 1 cm è percorsa da corrente unidirezionale con densità uniforme di 200 A/cm^2. Il campo magnetico in un punto posto 0.4 cm sopra il punto centrale O vale circa



(A) 0.00 T (B) 25.1 mT
(C) 12.6 mT **(D) 10.0 m T** (E) 37.7 mT

FORZE SU CORRENTI ELETTRICHE



Db1. Il modulo del campo magnetico terrestre all'equatore vale circa $B \approx 50$ μT ed è diretto verso Nord. Su un tratto di filo lungo l = 2 m, percorso da una corrente I = 40 A diretta da Est ad Ovest, il campo magnetico esercita una forza di:

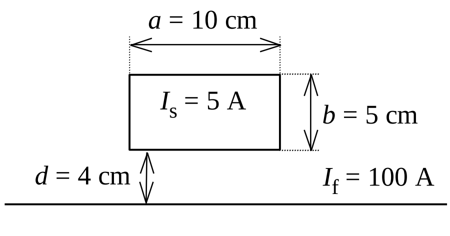
(A) 4 mN in giù (B) 0 N (C) 2 mN in su
(D) 4 N verso Est (E) 4 mN verso Nord

Soluzione. Il modulo della forza è:

$f = |\mathbf{Il}\times\mathbf{B}| = I\, l\, B \sin\vartheta = (40\cdot 2\cdot 50\cdot 10^{-6}\cdot \sin 90°)\text{N} = 4$ mN.

Applicando la regola della mano destra al prodotto vettoriale, si trova che la forza è diretta verso il basso.

Db2. Una spira rettangolare di dimensioni a = 10 cm e b = 5 cm, percorsa da una corrente I_s = 5 A, è collocata in prossimità di un lungo filo percorso dalla corrente I_f = 100 A, come indicato nel disegno. La risultante delle forze agenti sulla spira vale circa:



(A) 0.25 mN (B) 0.11 mN (C) 2.6 mN
(D) 3.14 mN **(E) 0.14 mN**

Soluzione. Nella regione in cui vi è la spira è presente il campo magnetico **B** generato dalla corrente del filo, perpendicolare al piano del foglio, con direzione uscente dal piano e modulo $B_f(r) = \dfrac{\mu_0 I_f}{2\pi r}$

I tratti di filo della spira sono soggetti alla forza **F** = **Il**×**B**. In particolare, il lato lungo della spira prossimo al filo è attirato verso questo da una forza:

$$f_+ = aI_s B_f(d) = aI_s \frac{\mu_0 I_f}{2\pi d}$$

mentre il lato della spira distante dal filo è respinto dalla forza:

$$f_- = aI_s B_f (d+b) = aI_s \frac{\mu_0 I_f}{2\pi(d+b)}.$$

Sui due lati normali al filo agiscono forze uguali e contrarie, una diretta verso destra e l'altra verso sinistra, che si annullano. La risultante è perciò diretta verso il filo e vale

$$f = f_+ - f_- = aI_s \frac{\mu_0 I_f}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+b}\right) =$$

$$\frac{\mu_0}{2\pi} I_f I_s \frac{ab}{d(d+b)} = 2(10^{-7})\cdot 100\cdot 5\frac{10\cdot 5}{4\cdot 9}\,\mathrm{N} \approx 0.14\,\mathrm{mN}$$

Db3. Un avvolgimento circolare di raggio R = 7 cm è costituito da 300 spire percorse da una corrente I_s =15 A. L'asse dell'avvolgimento, orientato nella direzione che vede la corrente circolare in senso antiorario, è parallelo al versore **i**. L'avvolgimento si trova in un campo magnetico **B** = –0.3**i**–0.4**j**+0.5**k** (valori delle componenti in tesla). L'avvolgimento è sottoposto a una coppia di circa

(A) 31.4 N·m (B) 40.4 N·m (C) 34.6 N·m **(D) 44.4 N·m** (E) ______N·m

Soluzione. Si consideri il momento magnetico associato alla spira: $\mathbf{m} = NIS\mathbf{n}$, dove S è l'area della spira e **n** un versore normale ad essa, orientato in accordo con il verso della corrente; in questo caso è $\mathbf{m} = NIS\mathbf{i}$. Il momento agente sulla spira è $\mathbf{M} = \mathbf{m}\times\mathbf{B}$ e può essere calcolato con la matrice**:**

$$\mathbf{M} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ m_x & 0 & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = -(m_x B_z)\,\mathbf{j} + (m_x B_y)\mathbf{k}$$

il cui modulo è

$$M = NIS\sqrt{B_z^2 + B_y^2} = 300\cdot 15\cdot \pi(0.07)^2\sqrt{0.5^2 + 0.4^2}\,\mathrm{Nm} \approx 44.4\ \mathrm{Nm}$$

Db4. Con riferimento al problema precedente, se l'avvolgimento è libero di orientarsi nel campo **B**, passando dall'orientamento iniziale a quella di equilibrio l'energia potenziale dell'avvolgimento diminuisce di circa

(A) 28.20 J (B) 14.35 J (C) 83.62 J (D) 21.27 J **(E) 69.76 J**

Soluzione. Le forze magnetiche orientano l'avvolgimento dalla posizione iniziale, nella quale il momento magnetico **m** della spira forma l'angolo ϑ_i con il campo **B,** alla posizione di equilibrio nella quale **m** e **B** sono paralleli e l'angolo ϑ_f tra le loro direzioni è nullo. Poiché l'energia potenziale è data dal prodotto scalare cambiato di segno dei vettori **m** e **B**, le energie potenziali iniziali e finali nel nostro caso sono: $E_{P\,i} = -\mathbf{m}\cdot\mathbf{B} = -m_x B_x$ e $E_{P\,f} = -|\mathbf{m}|\cdot|\mathbf{B}|$

La variazione di energia potenziale è quindi (notare che ϑ_i è maggiore di 90° e l'energia potenziale iniziale è positiva)

$$E_{P\,f} - E_{P\,i} = -NIS(B - B_x) = -300\cdot 15\cdot \pi(0.07)^2(\sqrt{0.5} + 0.3)\mathrm{J} \approx -69.76\ \mathrm{J}$$

Db5. In un campo **B** uniforme di componenti B_x = 5 mT, B_y = 0 e B_z = 0, vi è un tratto di filo percorso da una corrente I = 200 A tra i punti P_1(1,1,1) e P_2(1, 4, 5) (le coordinate sono espresse in metri). Il modulo della forza agente sul tratto di filo vale:

(A) 0 N (B) 1.4 N (C) 3.14 N (D) 4.4 N **(E) 5.0 N**

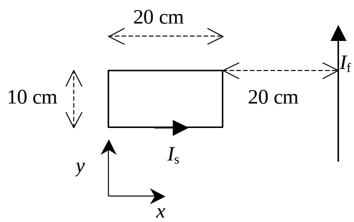
Db6. Un tratto di conduttore rettilineo congiunge i punti A(0,0) e B(3m,4m) del piano *x*,*y* ed è percorso da una corrente I = 5 A. In presenza di un campo magnetico giacente nel piano *xy*, $\mathbf{B}$ = 0.3T·**i**+0.4T·**j** , il conduttore è sottoposto ad una forza che in modulo vale

(A) 0 N (B) 2 N (C) 3.5 N (D) 12 N (E) 12.5 N

Db7. La componente orizzontale del campo magnetico terrestre a Bergamo è di $2(10^{-5})$T. La forza che si esercita su un metro di filo verticale, percorso da una corrente di 20 A diretta verso l'alto (in su), è di:

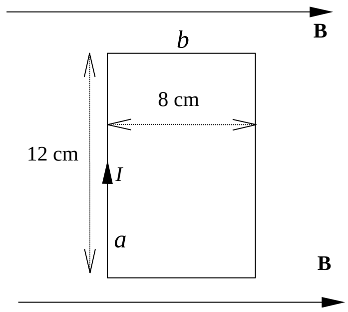
(A) 0.4 mN verso Est **(B) 0.4 mN verso Ovest** (C) 0.4 mN verso Nord
(D) 0.4 mN verso Sud (E) 0.4 mN in giù

Db8. Una spira rettangolare rigida è percorsa da una corrente I_s = 1000 A nel verso indicato ed è complanare a un filo indefinito percorso da una corrente I_f = 50 A (vedi figura). La risultante delle forze sulla spira prodotte dal campo **B** generato dalla corrente del filo I_f vale in modulo circa



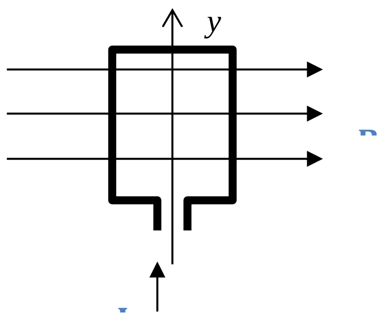
(A) 2.5 mN (B) 4 mN (C) 5 mN
(D) 6 mN (E) 8 mN

Db9. La bobina rettangolare del disegno è costituita da 120 spire ed è percorsa da una corrente di intensità I = 18 A, nel verso indicato. Il campo di induzione magnetica è uniforme e di modulo B = 0.33 T. La bobina è sottoposta ad una coppia pari a (in N·m):



(A) 6.84 (B) 3.42 (C) 10.26
(D) 5.13 (E) ________

Db10. L'avvolgimento della figura è costitutito da 100 spire percorse da 2 mA ed è libero di ruotare attorno all'asse *y*. Se si ha un campo uniforme $\mathbf{B} = B_x\,\mathbf{i}$ con B_x = 0.05 T e l'area dell'avvolgimento è di 700 cm^2, il momento della coppia agente sull'avvolgimento quando questo è nel piano del disegno vale:



(A) $7(10^{-4})$ N m (B) $5(10^{-4})$ N m (C) $4(10^{-4})$ N m
(D) $2(10^{-4})$ N m (E) $1(10^{-4})$ N m

Db11. Un avvolgimento costituito da 100 spire circolari di raggio R = 20 cm appartenenti al piano *xy* e percorse da una corrente I è immerso in un campo **B** uniforme di componenti cartesiane B_x = 0.2 T, B_y = 0.3 T, B_z= 0.50 T. Se il momento torcente sull'avvolgimento vale in modulo M = 15 Nm, la corrente I dell'avvolgimento è pari a circa

(A) 1.0 A (B) 1.5 A **(C) 3.3 A** (D) 4.8 A (E) ______

Db12. Un avvolgimento rettangolare di (20×30)cm^2 è costituito da 80 spire e giace inizialmente nel piano *zx*, dove è percorso da una corrente I antioraria (il verso della corrente individua il terzo asse

y con la regola della mano destra). L'avvolgimento è libero di orientarsi nel campo magnetico uniforme di componenti cartesiane B_x = 0.7 T, B_y = 0.3 T, B_z = 0.1 T.
Nel portarsi dalla posizione iniziale a quella di equilibrio, la forza magnetica compie un lavoro di 6 J. L'intensità della corrente che percorre l'avvolgimento vale
(A) 0.85A (B) 1.44 A (C) 1.87 A **(D) 2.67 A** (E) 18.35 A

Db13. Un avvolgimento circolare giace nel piano xy ed è costituito da 100 spire di raggio R = 10 cm. L'avvolgimento è posto in un campo magnetico **B** uniforme di modulo pari a 0.5 T che forma un angolo ϑ = 15° con la direzione positiva dell'asse delle z (**k**). Se la spira è sottoposta ad una coppia di momento |**M**| =2 Nm, essa è percorsa da una corrente di circa
(A) 4.92 A (B) 2.55 A (C) 1.98 A (D) 1.47 A (E) 1.32 A

Db14. Un avvolgimento circolare di raggio R = 7 cm è costituito da 300 spire percorse da una corrente I_s . L'asse dell'avvolgimento, orientato nella direzione che vede la corrente circolare in senso antiorario, è parallelo al versore **k**. L'avvolgimento si trova in un campo magnetico **B** = –0.5**i**+0.3**j**+0.4**k** (valori delle componenti in tesla) ed è libero di orientarsi nel campo **B**. Se, passando dall'orientamento iniziale a quella di equilibrio, l'energia potenziale dell'avvolgimento diminuisce di circa 21.27 J, l'intensità di corrente circolante nell'avvolgimento è di
(A) 3.8 A (B) 22.2 A (C) 11.3 A **(D) 15 A** (E) _____

MOTO DI CARICHE IN CAMPI MAGNETICI

Ea1. Un elettrone con velocità **v** = (3×10^6 m/s)**i** +(4×10^6 m/s)**j** si muove in un campo magnetico **B** = (0.04 T)**i** – (0.03T)**j**. Il modulo della forza agente sull'elettrone è di
(A) 1.6×10^{-14} N (B) 2.9×10^{-14} N (C) 3.8×10^{-14} N **(D) 4.0×10^{-14} N** (E)
Soluzione. Dato che i vettori **v** e **B** giacciono nel piano xy, il vettore **F** = q**v**×**B** è parallelo all'asse z. La sua componente lungo tale asse, che perciò è anche uguale al modulo del vettore, è data da:
$F_z = (q v_x B_y - q v_y B_x) = -1.6\times10^{-19}$ C[$(-3\times10^6$ m/s $\cdot 0.03$T) $-(4\times10^6$ m/s$\cdot0.04$T)] = 4.0×10^{-14} N

Ea2. Un protone ($q = 1.6(10^{-19})$C, $m = 1.67(10^{-27})$kg) con una velocità iniziale **v** = $4(10^6$ m/s)**i** + $4(10^6$ m/s)**j** entra in una zona dove vi è un campo magnetico uniforme **B** = 0.3 T **i**. La traiettoria del protone sarà un'elica con passo di
(A) 21 m (B) 3.14 m (C) 1.7 m **(D) 0.87 m** (E) 98 mm
Soluzione. Indicata con $v_\perp$ la componente della velocità normale a **B**, il raggio r dell'elica ed il periodo di rivoluzione T sono rispettivamente

$$r = \frac{m v_\perp}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v_\perp} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi\cdot 1.67\left(10^{-27}\right)}{1.6\left(10^{-19}\right)\cdot 0.3}\,\mathrm{s} \approx 2.186\left(10^{-7}\right)\mathrm{s}$$

Il passo dell'elica è $v_{||}T \approx (4(10^6)\cdot 2.186(10^{-7}))$m ≈ 0.87 m

Ea3. Un protone ($m_p = 1.67\times10^{-27}$ kg, $q = 1.6\times10^{-19}$ C) entra con velocità di modulo |**v**| = $6(10^6)$ m/s in un campo magnetico uniforme **B** = B_z**k** e descrive una spirale di raggio R = 10 m e passo d = 10 m. L'angolo acuto α formato tra le direzioni di **B** e di **v** vale circa
(A)22 ° (B) 45 ° (C) 60 ° **(D) 81 °** (E) 90 °
Soluzione. Dato che **B** è diretto come l'asse z, la forza **F** = q**v**×**B** non ha componenti lungo tale asse, per cui la traiettoria della carica è una spirale che risulta dalla combinazione del moto circolare

nel piano *xy* e del moto rettilineo uniforme lungo l'asse *z*. Indicata $\mathbf{v}_\perp$ la componente della velocità che giace nel piano *xy* ed è perciò normale a **B** e con $\mathbf{v}_z$ la componente parallela a **B**, il raggio *R* della spirale, il periodo *T* e il passo *d* sono rispettivamente

$$R = \frac{m\mathrm{v}_\perp}{qB} \text{ e } T = \frac{2\pi r}{\mathrm{v}_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$d = \mathrm{v}_z T$

L'angolo richiesto si ricava dalla relazione

$$\frac{v_\perp}{\mathrm{v}_z} = \tan\vartheta = \frac{TqBR}{dm} = \frac{2\pi R}{d} = 6.28 \Rightarrow \vartheta = 81°$$

Ea4. Un protone e una particella pesante circa quattro volte il protone e con carica doppia vengono accelerati dalla stessa differenza di potenziale *V* ed entrano in una regione dello spazio con un campo magnetico *B* perpendicolare alla loro velocità di entrata. Se il protone descrive in tale regione una traiettoria con raggio di curvatura R_p , il raggio di curvatura della particella nel limite classico è di circa

(A) 1.41 R_p (B) 1.73 R_p (C) 1.53 R_p (D) 3.31 R_p (E) _____

Soluzione. Le particelle accelerate dalla differenza di potenziale *V* acquistano energia cinetica: Scriviamo per una particella generica le uguaglianze tra l'energia cinetica e l'energia potenziale elettrica e tra la forza di Lorentz e la forza centripeta.

$$\frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 = qV$$

Poiché per entrambe le particelle i vettori **v** e **B** sono perpendicolari, possiamo eguagliare la forza di Lorentz alla forza centripeta: $q\mathrm{v}B = \frac{m\mathrm{v}^2}{R}$

Da quest'ultima ricaviamo il raggio *R* di curvatura della traiettoria e sostituiamo la velocità v ottenuta dalla prima relazione:

$$R = \sqrt{\frac{2mV}{qB^2}} = \text{costante} \times \sqrt{\frac{m}{q}}$$

Si ottiene la relazione tra raggio, massa e carica. Quadruplicando la massa e raddoppiando la carica, il raggio aumenta di un fattore $\sqrt{2} = 1.41$

Ea5. Dopo essere stato accelerato da una differenza di potenziale di 300 V un protone entra in una regione dove il campo magnetico è perpendicolare alla direzione del moto e descrive una traiettoria circolare di 20 cm di raggio; il modulo di **B** vale

(A) 1.44 mT (B) 7.6 mT **(C) 12.5 mT** (D) 31.4 mT (E) 74.5 mT

Ea6. Uno ione diretto lungo l'asse *x* non viene deflesso in una regione dello spazio in cui vi è un campo elettrico di 1.37 kV /cm nella direzione *y* ed un campo magnetico di 0.14 T lungo *z*. La velocità dello ione è di

(A) $8.8(10^{-15})$ m/s (B) $3.43(10^{23})$ m/s **(C) 980 km/s** (D) 550 km/s (E)_____