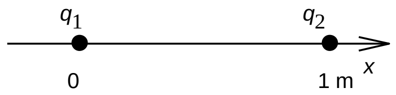
LA FORZA ELETTRICA



Aa1. Date le due cariche fisse della figura dove q_1 = 0.2 C e q_2 = –0.5 C la posizione di equilibrio lungo l'asse x di una terza carica mobile q_3 = 0.01 C si trova nel punto con ascissa

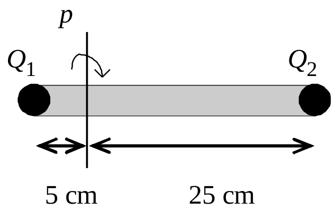
(A) –1.721 m (B) 0.387 m (C) 0.500 m (D) 0.613 m (E) 2.721 m

Soluzione. All'interno del segmento (0,1) non vi può essere punto di equilibrio perché le forze esercitate da entrambe le cariche fisse hanno lo stesso verso (a destra nel nostro caso). Se si impone l'uguaglianza in modulo delle forze su q_3

$$\left|\frac{kq_1q_3}{x^2}\right| = \left|\frac{kq_2q_3}{(x-1)^2}\right| \Rightarrow \left(q_1 - |q_2|\right)x^2 - 2q_1x + q_1 = 0$$

si ottiene una equazione di secondo grado in x (espresso in metri) che ha come soluzioni $x = -1.721$ e $x = 0.387$ tra cui si deve scartare la seconda soluzione perché interna al segmento.

Aa2. Una carica Q_1 = –1 μC è posta su di una sferetta metallica di 30 g appoggiata ad un estremo di una bacchetta isolante lunga 30 cm. All'altro estremo della bacchetta vi è incollata una seconda sferetta, identica alla prima, con una carica di Q_2 = 0.1 μC. Se la bacchetta ruota in un piano orizzontale attorno all'asse verticale p della figura, per quale periodo di rotazione la prima sferetta si staccherà dalla bacchetta?



(A) 1.40 s **(B) 2.43 s** (C) 3.15 s (D) 5.44 s (E) _____

Soluzione. La sferetta resta attaccata alla bacchetta in moto rotatorio fintanto che la forza attrattiva fra le cariche è maggiore o uguale alla forza centripeta. Al momento del distacco, l'attrazione coulombiana fra le cariche, poste a distanza di 0.3 m l'una dall'altra, bilancia la forza centripeta richiesta dal moto circolare di Q_1 (raggio 0.05 m), cioè:

$$k\frac{Q_1Q_2}{0.3^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times 0.05 \Rightarrow T = 2.433\,\mathrm{s}$$

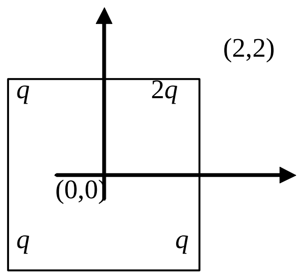
Aa3. Secondo il modello atomico di Bohr, l'elettrone dell'atomo d'idrogeno (con massa $m_e \approx 9.11 \times 10^{-31}$ kg, carica $q = e \approx 1.6 \times 10^{-19}$ C) percorre un'orbita circolare di raggio $r \approx 5.3 \times 10^{-11}$ m attorno al suo nucleo con frequenza (determinata dall'attrazione elettrica)

(A) 10^7 Hz (B) $13.5(10^{12})$Hz **(C) $6.6(10^{15})$Hz** (D) $3.0(10^8)$Hz (E) $9.0(10^{16})$Hz

Soluzione. Occorre eguagliare la forza centripeta e l'attrazione coulombiana tra due cariche uguali e di segno opposto; si ricava poi la frequenza dalla velocità angolare :

$$m_e\omega^2 r = k_e\frac{q^2}{r^2} \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_e}{m_e}\frac{q^2}{r^3}} \approx 6.6(10^{15})\mathrm{Hz}$$

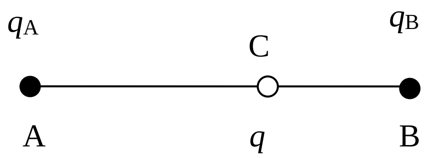
Aa4. Tre cariche puntiformi $q = -3\mu C$ sono poste ai tre vertici di un quadrato con lato $l = 4$ m; nel quarto vertice è posta la carica $2q$. La componente lungo x della forza agente su di una carica di $12\mu C$ posto al centro del quadrato vale approssimativamente



(A) –0.114 N (B) –0.0286N (C) 0.0095 N
(D) 0.0286 N (E) 0.114 N

Aa5. Un processo elettrolitico divide 1.3 mg di NaCl (massa di una mole = 59 g) in Na^+ e Cl^-. Le cariche positive vengono allontanate da quelle negative sino a che la forza di attrazione tra cariche di segno opposto si riduce a 1 N. La distanza tra cariche positive e negative è di circa
(A) 1 km (B) 10 km (C) 40 km **(D) 200 km** (E) 1000 km

Aa6. Agli estremi A,B di un segmento lungo 100 cm sono vincolate due cariche positive con $q_A = 1$ nC e $q_B = 3$ nC. Una terza carica positiva $q = 6$ nC è libera di muoversi lungo il segmento AB e all'equilibrio raggiunge un punto C compreso tra A e B. La distanza CB vale circa (arrotondare)



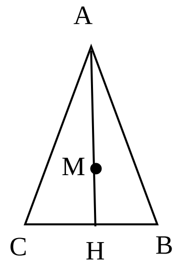
(A) 50 cm (B) 59 cm (C) 69 cm (D) 76 cm **(E)63 cm**

Aa7. Una carica $q = 4.1(10^{-6})$C è nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano. Se si vuole che su una carica $q_1 = 1.6(10^{-7})$ C si eserciti una forza di intensità $F = 6.3(10^{-6})$ N nella direzione positiva dell'asse x, questa carica deve essere posta nel punto di ascissa
(A) 3.14 m **(B) 30. 6 m** (C) –30.6 m (D) 18. 4 m (E) ______

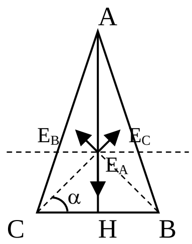
Aa8. Una carica Q è distribuita all'interno di una sfera di raggio R con densità variabile $\rho = \rho_0 \frac{r}{R}$, dove r è la distanza dal centro della sfera e ρ_0 costante.
a) Calcolare l'espressione della carica $Q(r)$ in funzione di r ;
b) calcolare ρ_0.
[a) $Q(r)= \frac{\rho_0 \pi}{R} r^4$; b) $\rho_0 = \frac{Q}{\pi R^3} \rightarrow Q(r) = Q\frac{r^4}{R^4}$]

IL CAMPO ELETTRICO

Ab1. Tre cariche elettriche q_A, $q_B = q_C$ sono poste ai vertici di un triangolo isoscele di vertice A, altezza AH = 12 cm e base BC = 6 cm. Se $q_B = 5$ nC e il campo elettrico nel baricentro M si annulla la carica q_A vale:



(A) _______ (B) 1.22 nC (C) 2.89 nC
(D) 8.64 nC **(E) 20.5 nC**



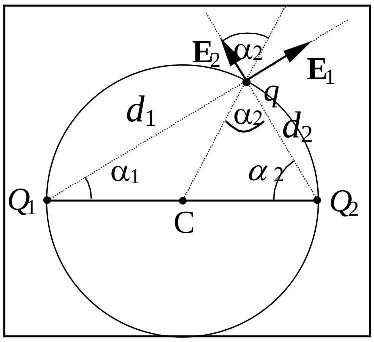
Soluzione. Il baricentro divide la mediana in modo che MH=AH/3= 4 cm; perciò $|MC| = \sqrt{MH^2 + CH^2} = 5$ cm .
Si disegnino nel punto M i vettori campi elettrici $\mathbf{E}_C$, $\mathbf{E}_B$ ($E_C = E_B$). Dato che il campo risultante in M è nullo, la carica q_A deve essere positiva e in valore tale da soddisfare la relazione:

$2\,E_B \sin\alpha = E_A$ dove $\sin\alpha = \dfrac{MH}{CM} = \dfrac{4}{5}$

$$2k\frac{q_B}{(MB)^2}\sin\alpha = k\frac{q_A}{(AM)^2} \quad \Rightarrow \quad q_A = 2q_B\left(\frac{AM}{MB}\right)^2 \sin\alpha$$

$$q_A = 2\cdot 5\cdot 10^{-9}\,C\cdot\left(\frac{8}{5}\right)^2\cdot\frac{4}{5} = 20.5\,nC$$

Ab2. Due cariche Q_1 = 3.5 C e Q_2 = 1.2 C sono tenute fisse su due punti diametralmente opposti di una circonferenza mentre la carica q = 1.1 C è libera di muoversi solo sulla stessa circonferenza. Nel punto in cui la carica q è in equilibrio l'angolo α_1 della figura vale circa
(A) 55° **(B) 35°** (C) 74° (D) 16° (E) 45°

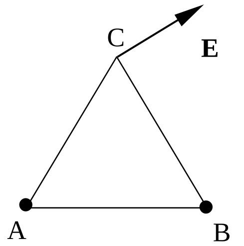


Soluzione. Indichiamo con E_1 ed E_2 le intensità dei campi elettrici prodotti nella posizione di q da Q_1 e Q_2 e con d_1 e d_2 le distanze tra Q_1 e q e tra Q_2 e q. L'equilibrio si avrà quando il campo risultante $\mathbf{E}_1$+$\mathbf{E}_2$ ha componente tangenziale nulla lungo la circonferenza, ovvero, quando il campo risultante è diretto come il raggio della circonferenza. Osserviamo che il triangolo Q_1qC è isoscele, quindi gli angoli alla base sono uguali; e anche l'angolo tra la direzione di $\mathbf{E}_1$ e la direzione del raggio Cq vale α_1 perché opposto al vertice. La componente di $\mathbf{E}_1$ tangenziale alla circonferenza è quindi $E_{1\perp} = E_1 \sin\alpha_1$; allo stesso modo si può vedere che la componente di $\mathbf{E}_2$ tangenziale alla circonferenza è $E_{2\perp} = E_2 \sin\alpha_2$ (ed è diretta in verso opposto alla precedente). Dato che queste componenti devono essere uguali abbiamo: $E_1 \sin\alpha_1 = E_2 \sin\alpha_2 = E_2 \cos\alpha_1$ dove si è sfruttata la relazione tra funzioni trigonometriche di angoli complementari; infatti $\alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$ per le proprietà del triangolo inscritto in una semicirconferenza. Si ha allora

$$\tan\alpha_1 = E_2 / E_1 = \frac{Q_2 / d_2^2}{Q_1 / d_1^2} = d_2 / d_1$$

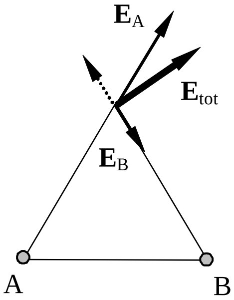
da cui $\dfrac{d_2}{d_1} = \sqrt[3]{\dfrac{Q_2}{Q_1}} \Rightarrow \alpha_1 = \tan^{-1}\dfrac{d_2}{d_1} = \tan^{-1}\sqrt[3]{\dfrac{Q_2}{Q_1}} \approx 34°59'$

Ab3. Nei vertici A e B di un triangolo equilatero sono state poste le cariche Q_A e Q_B. Nel terzo vertice C si trova che il campo elettrico è normale a CB e diretto nel senso indicato. Se la carica Q_A vale +1 C, la carica Q_B vale



(A) 1 C **(B) –0.5 C** (C) 0.87 C

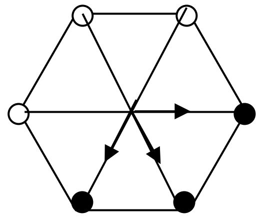
(D)–0.87 C (E) non esiste



Soluzione. La componente di $\mathbf{E}_A$ parallela a CB (tratteggiata nella figura) vale $|\mathbf{E}_A|\cos 60° = |\mathbf{E}_A|/2$

Dalla figura si vede che $|\mathbf{E}_B| = |\mathbf{E}_A|/2$ e che il campo della carica in B deve essere diretto verso B. Perciò la carica in B è negativa e pari alla metà di quella in A: $Q_B = -0.5$ C.

Ab4. Sui sei vertici di un esagono di lato d = 0.25 nm sono collocati tre ioni ossigeno (O^{--}) e tre ioni cesio (Cs^+) (cariche rispettive: $-2e = -3.2\cdot 10^{-19}$ C ed $e = 1.6\cdot 10^{-19}$ C). Se la distanza massima tra gli atomi di ossigeno vale $\sqrt{3}\,d$ e la minima d, il modulo del campo elettrico nel centro dell'esagono vale (k = costante elettrica $=1/4\pi\varepsilon_0$)

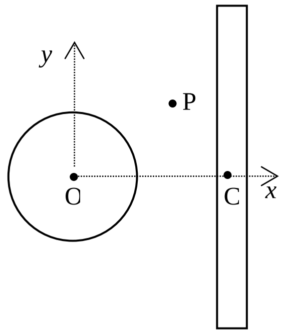


(A) 0 (B) $\dfrac{3ke}{d^2}$ (C) $\dfrac{\sqrt{27}ke}{d^2}$ **(D)** $\dfrac{6ke}{d^2}$

(E)_____

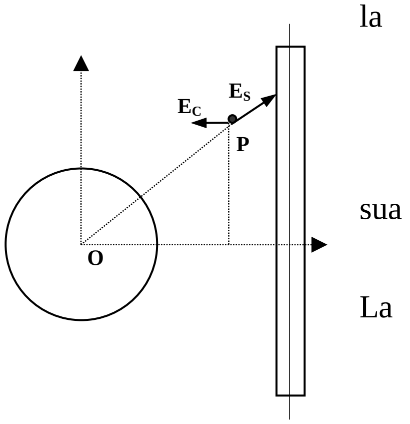
Soluzione. Il caso del testo è rappresentato in figura, dove le palline piene rappresentano gli ioni O^{--} e quelle vuote gli ioni Cs^+. Consideriamo una coppia di ioni O^{--} e Cs^+ situati su due vertici opposti dell'esagono. Il campo creato al centro dell'esagono dallo ione O^{--} vale in modulo $\dfrac{2ke}{d^2}$, mentre quello creato dallo ione Cs^+ vale $\dfrac{ke}{d^2}$. Essendo questi due campi equiversi, il campo creato al centro dalla coppia O^{--}, Cs^+ vale in modulo $\dfrac{3ke}{d^2}$, ed è diretto verso lo ione O^{--}. I campi prodotti da ciascuna coppia sono rappresentati in figura dalle frecce. Dato che i tre vettori formano angoli di 60°, il modulo del campo risultante è $E = 2\cdot\dfrac{3ke}{d^2} = \dfrac{6ke}{d^2}$.

Ab5. Una sfera conduttrice di raggio R_s = 10 cm con una carica Q_s = 66.67 nC ha il centro nell'origine O degli assi cartesiani. L'asse di un lungo cilindro conduttore di raggio R_c = 2 cm e carica per unità di lunghezza pari a Q_c/L = 3 nC/m è parallelo all'asse y e interseca l'asse x nel punto C (5,0) che è distante 5 m da O. La componente E_x del campo elettrico nel punto P(3.2 m, 2.4 m) vale



(A) 91.25 V/m (B) 16.87 V/m (C) 22.50 V/m
(D) 2.5 V/m **(E) 0.0 V/m**

Soluzione. La sfera genera in P un campo $\mathbf{E}_S$ diretto radialmente, la cui componente parallela all'asse x è:



$$E_{S\,x} = E_S \cos\vartheta = k\frac{Q_S}{r^2}\cos\vartheta$$ dove r è la distanza di P da O.

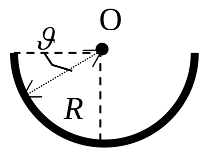
Il campo generato dal cilindro conduttore nel punto P è perpendicolare al filo (E_{Cy} =0), ha verso opposto all'asse x e la sua intensità è:

$$E_C = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q_C}{L}\frac{1}{d}$$ dove d è la distanza di P dall'asse del cilindro. La componente x del campo totale è perciò:

$$E_x = E_S\cos\vartheta - E_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_S}{x_P^2+y_P^2}\frac{x_P}{\sqrt{x_P^2+y_P^2}} - \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q_C}{Ld} =$$

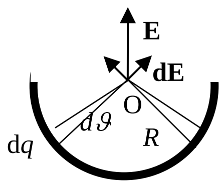
$$= 9\times10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\frac{66.67\times10^{-9}\,\mathrm{C}\times3.2\mathrm{m}}{\left[(3.2)^2+(2.4)^2\right]^{\frac{3}{2}}\mathrm{m}^3} - 18\times10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\frac{3\times10^{-9}\,\mathrm{C/m}}{(5-3.2)\mathrm{m}} = 0\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Ab6. Un'asta sottile che porta complessivamente una carica Q = 0.5 nC viene curvata a forma di semicerchio di raggio R = 0.707 m. Il campo elettrico nel centro del semicerchio vale



(A) 5.73 V/m (B) 2.87 V/m (C) 1.433 V/m
(D) 0.716 V/m (E) 0.358 V/m

Soluzione. Si considera il semicerchio suddiviso in tratti infinitesimi dl su ciascuno dei quali vi è la carica $\mathrm{d}q = \frac{Q}{L}\mathrm{d}l = \frac{Q}{\pi R}R\mathrm{d}\vartheta = \frac{Q}{\pi}\mathrm{d}\vartheta$

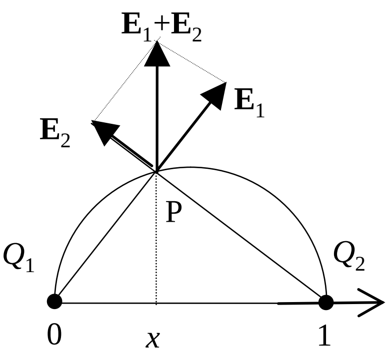


Ogni carica elementare dq genera in O il campo elettrico $\mathrm{d}E = k\frac{\mathrm{d}q}{R^2}$ e il campo risultante è dato, per ragioni di simmetria, dalla sommatoria delle componenti verticali di ciascun campo elementare ($E_{x\ \mathrm{tot}}$ =0)

$$E_{\mathrm{tot}} = \int \mathrm{d}E_y = \int_0^{\pi}\mathrm{d}E\sin\vartheta = k\frac{Q}{\pi R^2}\int_0^{\pi}\sin\vartheta\mathrm{d}\vartheta = 2k\frac{Q}{\pi R^2}$$

$$E_{\mathrm{tot}} = 2\times9\times10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\frac{0.5\times10^{-9}\,\mathrm{C}}{\pi\times(0.707\mathrm{m})^2} = 5.73\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

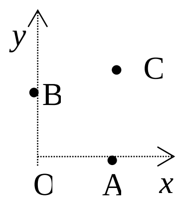
Ab7. Due cariche Q_1 = 0.3 C e Q_2 = 0.4 C si trovano agli estremi di un diametro di una circonferenza di raggio 0.5 m. Il punto P della circonferenza dove il campo elettrico è normale al diametro ha ascissa x (vedi figura)



(A) 0.10 m (B) 0.20 m **(C) 0.36 m**
(D) 0.64 m (E) 0.80 m

	A	B	C
x	2	0	3
y	0	3	4

Ab8. Le coordinate (in metri) dei punti ABC della figura sono riportate in tabella. Nel punto B è posta una carica q_B = 9 nC e la carica in C è scelta in modo che il campo elettrico nel punto O (0,0) sia nullo. La carica q_A vale



(A) **3 nC** (B) 4 nC (C) 6.75 nC
(D) 7.20 nC (E) ____

Ab9. Il campo elettrico nel terzo vertice P di un triangolo equilatero di lato r = 0.2 m, in cui gli altri due vertici sono occupati ciascuno da una carica positiva q = 15 nC, vale in modulo

(A) 3375 V/m **(B) 5846 V/m** (C) 10125 V/m (D) 17537 V/m (E) ______

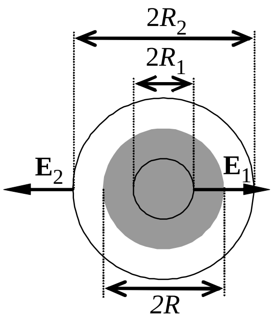
Ab10. Una carica $q_1 = 5.5\ (10^{-8})$ C è nell'origine dell'asse x e una carica $q_2 = -3.3(10^{-8})$ C si trova in x = 0.58 m. A che punto dell'asse x il campo è nullo?

(A) 2.58 m (B) 1.38 m (C) –0.28 m (D) 0.95 m (E) 0.11

Ab11. Due fili paralleli e distanti 1.25 m portano la stessa carica positiva con una densità di $3.8\ 10^{-6}$ C/m. Il campo a 0.75 m dal primo filo e 2 m dall'altro vale in modulo

(A) $5.7\cdot10^4$ V/m **(B) $1.25\cdot10^5$ V/m** (C) $8.55\cdot10^4$ V/m (D) $4.56\cdot10^4$ V/m (E) $3.14\cdot10^4$ V/m

IL FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO E IL TEOREMA DI GAUSS



Ac1. Una carica elettrica Q = 10 C è distribuita uniformemente, cioè a densità ρ costante, nel volume di una sfera di raggio R = 10 cm. Il rapporto tra il campo elettrico a R_1 = 5 cm dal centro e il campo elettrico a R_2 = 15 cm dal centro, $E(R_1)/E(R_2)$, vale circa

(A) 1/9 (B) 4/9 (C) 3/2

(D) 1.66 **(E) 1.125**

Soluzione. Il problema si risolve applicando il teorema di Gauss ad una superficie sferica passante per il primo punto e ad una passante per il secondo.

Per superfici sferiche si ha sempre $E(r) = \dfrac{Q\text{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ dove Q_{int} è la carica interna alla superficie sferica (immaginaria) di raggio r. Conviene esprimere i risultati in termini del campo elettrico alla superficie della sfera carica che per quanto detto vale evidentemente:

$$E_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

Per $R_2 > R$: la carica contenuta è tutta la carica Q quindi

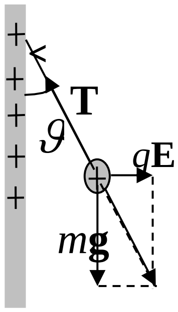
$$E_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R_2^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R^2}\frac{R^2}{R_2^2} = E_0\left(\frac{R}{R_2}\right)^2 = E_0\left(\frac{10}{15}\right)^2 = \frac{E_0}{1.5^2}$$

Per $R_1 < R$ la carica contenuta Q_{int} è data dalla densità di carica $\rho = \dfrac{Q}{4/3\pi\ R^3}$ moltiplicata per il volume $\dfrac{4}{3}\pi\ R_1^3$ della sfera di raggio R_1 , quindi

$$E_1 = \frac{Q\text{int}}{4\pi\varepsilon_o R_1^2} = \frac{R_1^3}{R^3}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R_1^2} = E_0\frac{R_1}{R} = E_0\frac{5}{10} = \frac{E_0}{2}$$

Il rapporto richiesta è pertanto: E_1/E_2 = 1.125.

Ac2. Una sferetta di massa m = 100 g e carica q (positiva) è appesa mediante un leggero filo di seta lungo 0.25 m a una sottile lamina conduttrice verticale che porta una carica di 0.1 mC/m^2 (vedi figura). Se, nella condizione di equilibrio, l'angolo formato tra il filo e la lamina è ϑ = 30° la carica q della sferetta vale
(A) 5.1 nC (B) 43.4 nC **(C) 50.1 nC** (D) 81.6 nC
(E) 100 nC

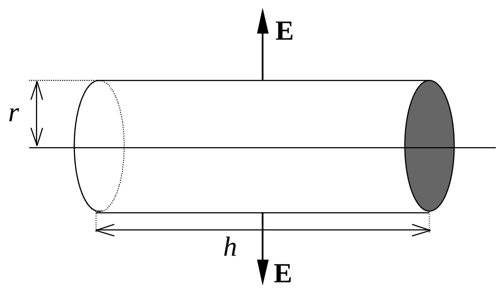


Soluzione. Il campo elettrico prodotto da una lamina conduttrice carica ha direzione perpendicolare alla superficie e il suo modulo è dato dal rapporto fra la densità superficiale di carica e la costante ε_0 cioè: $E = \sigma / \varepsilon_0$.
La sferetta è in equilibrio se la risultante delle forze $q\mathbf{E}+m\mathbf{g}$ è annullata dalla tensione T del filo e deve quindi essere diretta come il filo. Perciò le componenti di T devono essere:
$T \sin\vartheta = qE$; $T\cos\vartheta = mg$; dividendo membro a membro si ha:

$\tan\vartheta = \dfrac{qE}{mg}$ da cui:

$$q = \frac{\varepsilon_0 mg \tan\vartheta}{\sigma} \approx 50.1\times10^{-9}\,\mathrm{C}$$

Ac3. Calcolare il campo elettrico a distanza r di un filo infinitamente lungo, posto lungo l'asse x, caricato con una densità lineare di carica $\lambda = Q/l$ (misurata in C/m).

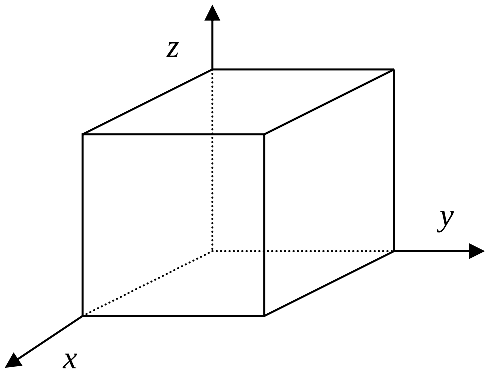


Soluzione. In qualunque punto P il campo elettrico sarà diretto perpendicolarmente al filo in quanto, all'equilibrio, il campo non può avere una componente diretta lungo l'asse x, che farebbe muovere le cariche lungo il filo. Sempre per ragioni di simmetria, il modulo di **E** avrà lo stesso valore $E(r)$ in ogni punto a distanza r dal filo. Come superficie chiusa su cui applicare la legge di Gauss consideriamo quella di un cilindro di altezza h e di raggio r, che ha per asse il filo. Il flusso di **E** è diverso da zero solo attraverso la superficie laterale ($2\pi rh$) e, secondo il teorema di Gauss, è uguale alla carica contenuta all'interno della superficie chiusa divisa per ε_0. Poiché $Q_{int} = \lambda h$, si ha:

$$\Phi(\boldsymbol{E}) = 2\pi rhE(r) = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

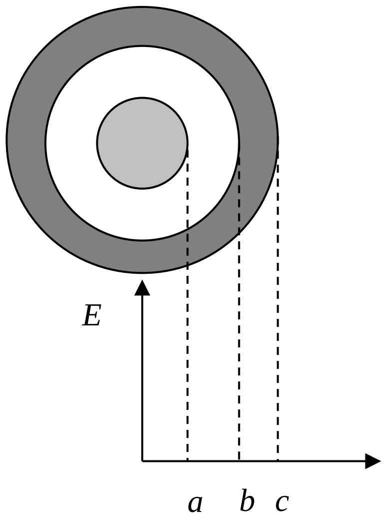
Ac4. Calcolare il campo elettrico $E(r)$ in un generico punto P posto a distanza r dal centro di un sfera isolante di raggio R, caricata con carica Q e densità di carica ρ, funzione della distanza r dal centro della sfera, secondo la relazione: $\rho = \rho_0 \dfrac{r}{R}$.

[**a)** $r < R$**:** E**=** $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{r^2}{R^4}$ **; b)** $r > R$**:** E **=** $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$]



Ac5. Si consideri la superficie chiusa del cubo di lato a mostrato in figura. Il flusso del campo elettrico attraverso tale superficie quando è presente un campo elettrico $\mathbf{E} = E_0\mathbf{i}$ (costante e diretto come l'asse x) vale
(A) E_0a^2 (B) $2\,E_0a^2$ (C) $6E_0a^2$ (D) ∞ **(E) 0**

Ac6. Con riferimento al problema precedente, se il campo elettrico è diretto come l'asse x e vale $\mathbf{E} = (Cx)\,\mathbf{i}$, con C = costante positiva, la carica contenuta nel cubo vale
(A) $\varepsilon_0 Ca$ (B) $\varepsilon_0 C/a^3$ **(C)** $\boldsymbol{\varepsilon_0 Ca^3}$ (D) ∞ (E) 0

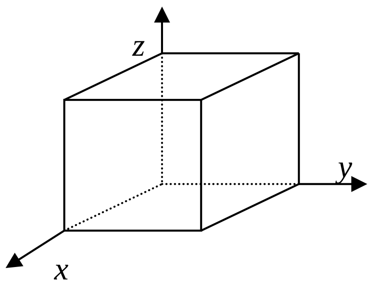


Ac7. Una sfera isolante di raggio a ha una carica totale Q, distribuita con densità volumetrica uniforme. La sfera è circondata da un guscio sferico concentrico conduttore con raggio interno b e raggio esterno c. Disegnare qualitativamente l'andamento, in funzione della distanza dal centro, del modulo del campo elettrico nelle varie regioni (interno della sfera isolante, tra sfera e guscio, interno del guscio, esterno del guscio)
Dimostrare che la carica indotta per unità di area sulla superficie interna del conduttore cavo vale $-Q/4\pi b^2$, mentre sulla superficie esterna vale $+Q/4\pi c^2$.

Ac8. Su una barra cilindrica di alluminio lunga 2 m e avente il diametro di 3 cm viene posta una carica di 5 μC. Il campo elettrico alla superficie della barra ad uguale distanza dagli estremi in modulo vale
(A) 0.54 MV/m **(B) 3.0 MV/m** (C) 5.4 MV/m (D) 13.5 MV/m (E) 25 MV/m

Ac9. Il modulo del campo elettrico immediatamente sopra il punto centrale di una piastrina metallica carica a forma di quadrato di 20 cm di lato e 0.1 mm di spessore è di 150 V/cm. La carica elettrica complessiva della piastrina vale circa
(A) 2.6 nC (B) 5.1 nC (C) 5.8 nC **(D) 10.6 nC** (E) 15.4 nC

Ac10. Il rivelatore di un contatore Geiger è costituito da un filo lungo 0.1 m e diametro 0.1 mm in asse con un cilindro metallico vuoto con diametro interno di 1 cm. Filo e cilindro sono sotto vuoto e portano cariche di segno opposto e uguali in valore assoluto. Se il modulo del campo elettrico in prossimità della superficie interna del cilindro è $3(10^4)$ V/m, in prossimità del filo vale
(A) $6(10^4)$ V/m (B) $3(10^4)$ V/m **(C) $3(10^6)$ V/m** (D) $3(10^7)$ V/m (E) $3\pi(10^4)$ V/m



Ac11. Un cubo di spigolo a ha un vertice nell'origine O di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale ed è disposto come in figura. Si calcoli il flusso del campo elettrico attraverso la superficie del cubo e la carica Q contenuta nel volume delimitato dal cubo, nei casi in cui il campo elettrico $\mathbf{E}$ sia dato da (E, α, β costanti):
a) $\mathbf{E} = \alpha x^2\,\mathbf{i}$;
b) $\mathbf{E} = \beta(x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j})$.
[a) $\Phi(E) = \alpha a^4$, $Q = \alpha a^4\varepsilon_0$; b) $\Phi(E) = 2\beta a^3$, $Q = 2\beta a^3\varepsilon_0$]

Ac12. Un parallelepipedo di spigoli a = 10 cm, b = 15 cm, c = 20 cm, ha un vertice nell'origine O di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e gli spigoli coincidenti con gli assi cartesiani. Nella regione è presente un campo elettrico $\mathbf{E} = (5x\,\mathbf{i} - 4\,y\,\mathbf{j} + 3z\,\mathbf{k})\cdot 10^5$ V/m. Si calcoli:
a) il flusso del campo elettrico attraverso la superficie del cubo;
b) la carica Q contenuta nel volume delimitato dal cubo;
c) la densità di carica, supponendo sia costante.
[a) $\Phi(E)$ = 1200 Vm, b) $Q = 1.06\cdot 10^{-8}$C, c) $\rho = 35.4\cdot 10^{-7}$C/m^3]

Ac13. Calcolare la divergenza del vettore $\mathbf{v}(P,t) = (x - at)\mathbf{i} + (zy + byt)\mathbf{j} - 3xz\,\mathbf{k}$, funzione delle coordinate del punto P e del tempo t, con a e b costanti.
[$\nabla \cdot \mathbf{v} = 1 + z + bt - 3x$ **]**