GRAVITAZIONE UNIVERSALE

De1. Il raggio della luna è di 1740 km e l'accelerazione di gravità alla sua superficie è di 1.63 m/s². La velocità di una navicella in orbita a 10 km di altezza dal suolo lunare è di circa
(A) 1630 m/s **(B) 1680 m/s** (C) 1800 m/s (D) 1910 m/s (E) 2110 m/s
Soluzione. La accelerazione di gravità della luna, di massa M_L, a distanza R_L+h, vale

$$g_L = \frac{GM_L}{(R_L+h)^2} = \frac{GM_L}{R_L^2}\frac{R_L^2}{(R_L+h)^2} = 1.63\frac{R_L^2}{(R_L+h)^2}\ \text{m/s}^2$$

Tale accelerazione deve essere uguale all'accelerazione centripeta $v^2/(R_L+h)$

$$\frac{v^2}{R_L+h} = g_L = 1.63\frac{R_L^2}{(R_L+h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{1.63\frac{R_L^2}{R_L+h}} \approx 1680\ \text{m/s}$$

De2. Nettuno ha una massa pari a 16.7 la massa terrestre e un raggio 3.89 volte R_T. L'accelerazione di gravità alla superficie di nettuno vale circa
(A)9.8 m/s^2 **(B) 10.8 m/s^2** (C) 36.5 m/s^2 (D) 55.1 m/s^2 (E) ___________
Soluzione. Indichiamo con i pedici T ed N le quantità relative alla Terra e al pianeta Nettuno. Si ha

$$g_T = GM_T/R_T^2; g_N = GM_N/R_N^2 \Rightarrow g_N = g_T\frac{M_N}{M_T}\frac{R_T^2}{R_N^2}$$

Con i dati del problema, si ottiene $g_N = 9.8\ \text{m/s}^2\ \frac{16.7}{(3.89)^2} = (9.8\cdot 1.10)\ \text{m/s}^2 = 10.8\ \text{m/s}^2$

De3. L'accelerazione di gravità sulla luna è g_L=1.63 m/s^2. Se una persona sulla terra (g = 9.8 m/s^2) riesce a scagliare un sasso all'altezza di 12 m, effettuando un lancio simile sulla luna manda il sasso all'altezza di circa
(A) 72 m (B) 413 m (C) 29 m (D) 22 m (E) 20 m

De4. Il raggio della luna è di 1.738 (10^6) m e l'attrazione di gravità alla sua superficie è 1.63 m/s^2 (un sesto di quella alla superficie della terra). La costante gravitazionale è G = 6.67 (10^{-11})N m^2/kg^2 e la massa della luna è di circa
(A) 3.0 (10^{21}) kg (B) 5.2 (10^{21}) kg (C) 1.3 (10^{22}) kg (D) 6.6 (10^{22}) kg **(E) 7.4 (10^{22}) kg**

De5. In una città spaziale disposta sulla superficie interna di un cilindro di raggio r = 3 km si vuole che gli abitanti sentano una accelerazione pari a quella terrestre (9.8 m/s^2). Approssimativamente, il cilindro in un'ora deve ruotare attorno al suo asse
(A) 8 volte (B) 16 volte (C) 21 volte (D) 28 volte **(E) 33 volte**

De6. Gli anelli di Saturno sono minuscole particelle in orbita equatoriale a distanze comprese tra 7(10^4) km e 1.35(10^5) km dal centro del pianeta. Il rapporto dei periodi $\frac{T_e}{T_i}$ di una particella nell'orbita più esterna (T_e) ed una nell'orbita più interna (T_i) vale
(A) 1.5 (B)1.93 (C) 2.33 **(D) 2.68** (E) 5.12

De7. Un satellite artificiale di massa M=3500 kg ruota attorno alla Terra su un'orbita circolare a quota h=6000 km dalla superficie terrestre. A causa degli attriti atmosferici, il raggio dell'orbita si riduce a una quota d=800 km dalla superficie terrestre. Supponendo circolare anche l'orbita finale, calcolare la variazione di energia totale del satellite.

(A) $-3.5\ (10^{10})$ J (B) $-4.7\ (10^{10})$ J **(C) $-4.1\ (10^{10})$ J** (D) $-5.9\ (10^{10})$ J (E) ______

De8. Una navicella spaziale è lanciata dalla superficie della Terra con una velocità iniziale di 2 10^4 m/s. Quale sarà la sua velocità quando sarà molto lontana dalla Terra (trascurando le forze d'attrito)?
(A) 16.6 km/s (B) $2.75(10^8)$ m/s (C) $2.78(10^4)$ m/s (D) $3.84(10^4)$ m/s (E) _____

De9. Stimare la velocità di fuga dalla Terra sapendo che la costante di gravitazione universale vale $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $\mathrm{Nm^2kg^{-2}}$, la massa della Terra è $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg e il raggio terrestre misura $R_T = 6{,}36\ 10^6$m.
(A) $1.25\ (10^4)$ m/s **(B) $1.12\ (10^4)$ m/s** (C) $1.12\ (10^4)$ km/h (D) $0.79\ (10^4)$ m/s

FORZE ELASTICHE E OSCILLAZIONI

Ed1. Una massa di 1 kg oscilla attaccata a due molle da parti opposte ma lungo la stessa direzione. La prima molla ha costante pari a 100 N/m , la seconda di 300 N/m . Il periodo di oscillazione è circa
(A) 0.10 s **(B) 0.31 s** (C) 0.66 s (D) 3.3 s (E) oltre 5 s
Soluzione. Poiché il contributo delle due molle si somma, il comportamento è analogo a quello di una molla la cui costante elastica è la somma delle due costanti. Il periodo, nel moto armonico del sistema "massa-molla" , è dato da $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Sostituendo ad *m* il valore di 1 kg ed alla costante *k* la somma delle due costanti elastiche, si ottiene $T \cong 0.31$ s

Ed2. Una molla leggera ideale posta in verticale è lunga 40 cm quando al suo estremo inferiore è appesa una massa di 300 g. Quando la massa appesa è di 500 g, la molla è lunga 50 cm. La lunghezza della molla senza masse appese è
(A) 25 cm (B) 30 cm (C) 35 cm (D) 40 cm (E) 45 cm
Soluzione. Indicando con l_O la lunghezza della molla senza masse e con gli indici 1 e 2 le situazioni relative ai casi delle due masse rispettivamente, le condizioni di equilibrio saranno:
$m_1 g = k\,(l_1 - l_0)$ $m_2 g = k\,(l_2 - l_0)$ dove *k* è la costante elastica della molla. Dividendo membro a membro le due equazioni si ottiene $\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_1 - l_0}{l_2 - l_0}$. Sostituendo i valori noti si ottiene $l_0 = 25$ cm.
N.B. Se la molla non fosse ideale, occorrerebbe una forza minima perché la molla inizi ad allungarsi, quindi non avrebbe senso calcolare l_0.

Ed3. Un corpo con massa di 0.1 kg è appeso ad una molla di massa trascurabile; viene abbassato di s_0 = 10 cm e quindi rilasciato. Il suo periodo di oscillazione è T = 2 s. La velocità del corpo quando si trova ad una distanza $s_0/2$ dalla posizione di equilibrio vale in modulo
(A) 0.17 m/s **(B) 0.27 m/s** (C) 0.314 m/s (D) 0.35 m/s (E) 0.54 m/s
Soluzione. La pulsazione del moto è $\omega = 2\pi/T$ e l'energia complessiva del sistema massa-molla è
$E = \frac{1}{2} m\omega^2 s_0^2$ ed è costante.
In una generica posizione $s<s_0$, l'energia totale si ripartisce fra energia cinetica e potenziale, quindi si scriverà:

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 s_0^2 = \frac{1}{2} m\left(\omega^2 s^2 + \mathrm{v}^2\right) \Rightarrow \mathrm{v} = \omega\sqrt{s_0^2 - s^2} = \omega\sqrt{s_0^2 - s_0^2/4} = \omega s_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0.27\,\mathrm{m/s}$$

Ed4. Una molla si allunga di 10 cm se ad essa si sospende una massa di 200 g. Il lavoro richiesto per portare il suo allungamento da 10 cm a 15 cm vale
(A) 0.049 J   **(B) 0.0245 J**   (C) 0.098 J   (D) 0.1225 J   (E) 0.245 J.

Soluzione. Il sistema massa molla, dopo l'allungamento iniziale di 10 cm, ha raggiunto l'equilibrio, quindi ricaviamo la costante elastica della molla dall'uguaglianza fra il peso e la forza elastica:

$$F = Kx = mg \Rightarrow K = \frac{mg}{x} = \frac{0.2\,kg \cdot 9.8\,\mathrm{m/s^2}}{0.1\,\mathrm{m}} = \frac{1.96\,\mathrm{N}}{0.1\,\mathrm{m}} = 19.6\,\mathrm{N/m}$$

L'ulteriore allungamento di 5 cm dalla posizione di equilibrio comporta un lavoro della forza elastica pari a $L = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$, dove $\Delta x = x_2 - x_1 = 5(10^{-2})\mathrm{m}$

Quindi $L = \frac{1}{2} \cdot 19.6\,\mathrm{N/m} \cdot \left[5(10^{-2})\mathrm{m}\right]^2 = \left[9.8 \cdot 5(10^{-2})\right]\mathrm{J} = 2.45(10^{-2})\mathrm{J}$

Ed5. Una massa di 1.2 kg oscilla appesa a due molle collegate in serie ciascuna con costante elastica k = 100 N/m. Il periodo della molla è di circa
(A) 0.49 s   (B) 0.69 s   **(C) 0.97 s**   (D) 1.38 s   (E) ___________

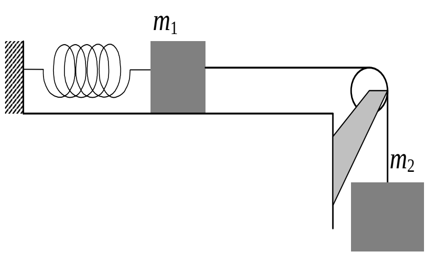
Ed6. Una molla A di massa trascurabile acquista un'energia potenziale di 1 J quando è allungata dalla massa di 1 kg. Appendendo la massa di 1 kg a due molle uguali ad A poste una in fianco all'altra (molle in parallelo) l'energia potenziale complessivamente acquistata dalle due molle vale
(A) 0.25 J   **(B) 0.5 J**   (C) 1 J   (D) 2 J   (E) 4 J

Ed7 Una massa è attaccata ad una molla verticale ideale con costante elastica k = 300 N/m, che risulta allungata di 20 cm rispetto alla sua lunghezza a riposo. Il periodo di oscillazione della massa vale
(A) 3.14 s   (B) 1.31 s   **(C) 0.90 s**   (D) 0.29 s   (E) ____________

Ed8. Una massa di 5 kg compie un moto armonico descritto dall'equazione $x(t) = x_0 \cos\omega t$ con x_0 = 2 m e ω = 3 rad/s. La massima energia cinetica della massa vale
(A) 90 J   (B) 100 J   (C) 150 J   (D) 180 J   (E) 300 J

Ed9. Una massa di 20 kg appoggiata ad un piano liscio è attaccata alla molla orizzontale di costante elastica 10 kN/m. Se la massa è spostata di 15 cm dalla posizione di equilibrio e poi rilasciata, la sua velocità massima vale
(A) 1.12 m/s   (B) 2.24 m/s   (C) 4.6 m/s   **(D) 3.35 m/s**   (E) 9.8 m/s

Ed10. Una massa m_1 = 2 kg oscilla in un piano orizzontale senza attrito con periodo di 2.15 s attorno alla posizione x = 0 m quando è collegata da sola alla molla ideale della figura. Se alla massa m_1 si attacca, mediante puleggia e corda, una massa m_2 =2 kg libera di muoversi verticalmente come in figura, il periodo di oscillazione diventerà di
(A) 2.15 s   **(B) 3.04 s**   (C) 3.72 s
(D) 4.30 s   (E) _________



Ed11. Una massa M oscilla appesa ad una molla di costante k compiendo oscillazioni di ampiezza A. Volendo raddoppiare il periodo mantenendo l'energia costante si deve
(A) raddoppiare l'ampiezza ridurre k di quattro volte mantenendo costanti gli altri parametri

(B) raddoppiare massa e costante elastica e ridurre l'ampiezza di un fattore 2
(C) quadruplicare la massa e ridurre l'ampiezza di un fattore 2
(D) quadruplicare la massa e ridurre ampiezza e costante elastica di un fattore $\sqrt{2}$
(E) aumentare massa e costante elastica di un fattore $\sqrt{2}$ e ridurre l'ampiezza di un fattore $\pi/2$

Ed12. La palla di un flipper ha la massa di 35 g e viene lanciata spingendola per 2 cm contro una molla posta in piano e poi rilasciandola. Con questo lancio, la palla percorre tutto il piano del flipper (lungo un metro e con una pendenza di 12°) e giunge in cima con una velocità di 0.5 m/s. La costante elastica della molla vale circa
(A) 380 N/m   (B) 270 N/m   (C) 140 N/m   (D) 310 N/m   (E) ___________

Ed13. Si immagini di scavare un tunnel lungo un diametro della Terra che la attraversi completamente dal polo Nord al polo Sud. Dopo avere calcolato l'accelerazione gravitazionale all'interno della Terra, in un generico punto a distanza dal centro $r < R_T$, dimostrare che il moto di un punto materiale di massa m lungo il tunnel è armonico e calcolarne il periodo. (R_T = 6370 km, densità costante ρ)
(A) 1h 24min 20 s   (B) 1h   (C) 1h 30min   (D) 4000 s   (E) ____

Ed14. Un pendolo si smorza secondo una legge esponenziale e l'ampiezza di oscillazione dopo 100 periodi è pari al 90% dell'ampiezza iniziale. Quante oscillazioni sono all'incirca richieste per ridurre l'energia al 40% di quella iniziale?
(A) 165   (B) 330   **(C) 435**   (D) 860   (E) ___________

Ed15. Un pendolo si smorza secondo una legge esponenziale e l'ampiezza di oscillazione dopo 100 periodi è pari al 90% dell'ampiezza iniziale. Quante oscillazioni sono all'incirca richieste per ridurre l'ampiezza al 70.7% di quella iniziale?
(A) 165   **(B) 330**   (C) 435   (D) 860   (E) ___________