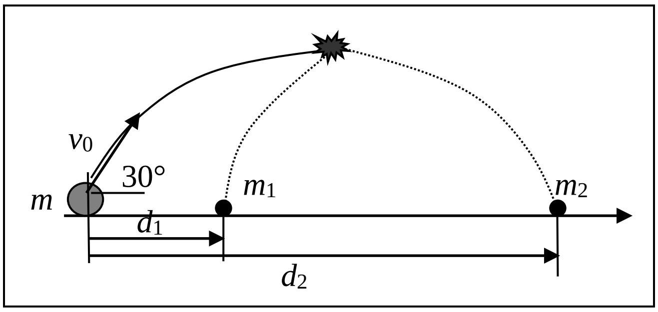
SISTEMI DI PARTICELLE

Ca1. Determinare l'accelerazione (modulo e direzione), del centro di massa di tre particelle m_1, m_2, m_3 sulle quali agiscono forze esterne. La particella 1 di massa m_1=4 kg è posta in (-2;2) e sottoposta ad una forza F_1=6 N parallela all'asse x ed orientata verso Ovest; la particella 2 di massa m_2=8 kg posta in (4;1) è sottoposta ad una forza F_2=8 N parallela all'asse y con orientazione Nord; la particella 3 di massa m_3=4 kg, posta in (1;-3), subisce una forza F_3=14 N parallela all'asse x ed orientata verso Est.
[**Risposta**: $a = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; θ=45°]

Ca2. Un cannone spara un proiettile di massa m, con velocità iniziale v_0 formante un angolo α con il suolo. Durante il moto il proiettile esplode in due frammenti di massa $m_1=m/3$ e $m_2=2m/3$. I due proiettili giungono al suolo a distanza d_1 e d_2 dal cannone (vedi figura). Sapendo che α=30°, v_0=100 m/s, d_1=10 m trovare il valore di d_2.
[**Risposta**: d_2 = 1320 m]



Ca3. Quattro masse m_i sono poste nei quattro vertici $P_i(x_i,y_i)$ di un quadrato con centro nell'origine. Le coordinate dei punti (in metri) e le relative masse (in kg) sono date nella tabella.

	P_1	P_2	P_3	P_4
x_i	1	−1	−1	1
y_i	1	1	−1	−1
m_i	1	2	3	4

Le coordinate del baricentro della quattro masse, espresse in metri, sono
(A) (0.4, 0) (B) (−0.4, 0) (C) (0, 0.4)
(D) (0, −0.4) E) ____________

Ca4. Un triangolo equilatero ABC nel piano x,y ha coordinate dei vertici espresse in metri: A = (0,0), B = (0.5,0), C = $(0.25, \frac{\sqrt{3}}{4})$. In A vi è una massa di 2 kg, in B di 4 kg, in C di 6 kg.
Il baricentro ha all'incirca coordinate (espresse in metri)
(A) (0.40, 0.32) (B) (0.29, 0.40) (C) (0.50, 0.40) **(D) (0.29, 0.22)** (E) (0.22, 0.50)

Ca5. Tre oggetti puntiformi (A,B,C) si muovono di moto uniforme in un piano cartesiano. Le masse, le posizioni iniziali e le componenti delle velocità di questi tre oggetti sono riportate nella seguente tabella.

oggetto	massa (kg)	x(0) (m)	y(0) (m)	v_x (m/s)	v_y (m/s)
A	1	0	0	2	1
B	2	1	4	−3	4
C	2	−3	1	2	−3

Le coordinate del baricentro all'istante iniziale (espresse in metri) sono
(A) (−0.8, 2) (B) (−0.5, 1.9) (C) (1, 0.6) (D) (−0.6, 1.5) (E) (−1.9, 1.5)

Ca6. Con riferimento al problema precedente, la velocità del baricentro ha componenti cartesiane (v_x,v_y) che sono date (in m/s) da
(A)(0, 0.6) (B) (0, 1) (C) (1, 0) (D) (0.5, 0.7) (E) (0.9, −1.2)

URTI E DISINTEGRAZIONI

Dc1. Una pallottola con $m = 4$ g affonda in un blocco di legno avente massa $M = 2.996$ kg appoggiato ad un piano liscio; se dopo l'urto la velocità comune a blocco e pallottola è di 0.5 m/s, la velocità iniziale della pallottola era
(A) 98 m/s (B) 152 m/s (C) 2350 m/s (D) 1500 m/s **(E) 375 m/s**

Dc2. Una palla da biliardo con velocità v = 1 m/s urta frontalmente ed elasticamente un'altra palla uguale e ferma. Dopo l'urto la velocità della seconda palla ha modulo uguale a
(A) 0.5 m/s (B) 0.707 m/s **(C) 1 m/s** (D) 1.414 m/s (E) non determ

Dc3. Una palla da biliardo con massa di 450 g e con velocità di 5 m/s ne urta una uguale ferma che acquista una velocità di 4 m/s. Se l'urto è elastico, ma non frontale, la velocità della prima palla dopo l'urto è
(A) 1 m/s (B) 2 m/s **(C) 3 m/s** (D) 4 m/s (E) 5 m/s

Dc4. Una pallottola con massa di 5 g e velocità 300 m/s affonda orizzontalmente nel blocco di un pendolo balistico avente massa di 1995 g ed inizialmente a quota h=0. La velocità finale comune di pendolo e pallottola dopo l'urto è approssimativamente di
(A) 2.7 km/h (B) 1 m/s (C) 4.95 km/h (D) 7.5 m/s (E) 9.8 km/h

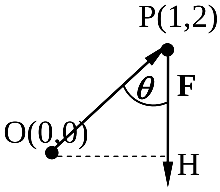
Dc5. Una pallottola con massa di 5 g e velocità v_p affonda orizzontalmente nel blocco di un pendolo balistico avente massa di 1995 g ed inizialmente a quota h=0. Dopo l'urto il blocco con la pallottola conficcata raggiunge la quota h = 6 cm. La velocità iniziale del proiettile è di
(A) 2.7 km/h (B) 1 m/s **(C) 434 m/s** (D) 300 m/s (E) 9.8 km/h

Dc6. Un automobilista di 80 kg fermo al volante ad un incrocio è tamponato; l'urto dura 0.3 s e alla fine l'auto investita ha una velocità di 5 m/s. La forza media con cui, durante l'urto, l'automobilista è spinto contro il sedile è circa di
(A) 720 N (B) 980 N (C) 1200 N **(D) 1330 N** (E) 11 760 N

Dc7. Una granata esplode in tre pezzi di uguale massa; uno ha velocità diretta verso est pari a 200 m/s; il secondo ha velocità diretta verso sud-est di 300 m/s; la velocità del terzo pezzo in modulo vale circa
(A) 250 m/s (B) 333 m/s **(C) 464 m/s** (D) 500 m/s (E) non determ.

VETTORI APPLICATI, MOMENTO DI UNA FORZA

1. Una forza $\mathbf{F} = -5\ \mathbf{j}$ (N) é applicata nel punto P le cui coordinate piane, espresse in metri, sono (1,2). Il momento della forza rispetto all'origine O(0,0) del sistema di riferimento vale, in modulo
(A) 0.5 N·m (B) 1 N·m (C) 2 N·m
(D) 5 N·m (E) 10 N·m



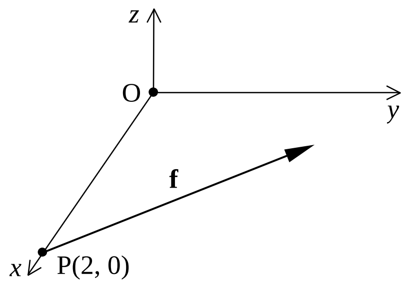
SOLUZIONE. Il momento della forza rispetto al polo O, $\mathbf{M} = OP \times \mathbf{F}$, ha modulo pari a:
$$|\mathbf{M}| = OP \cdot F \sin\vartheta = F \cdot OH = 5\,\text{Nm}$$

2. Nel sistema di riferimento della figura la forza $\mathbf{f} = f_x\mathbf{i} + f_y\mathbf{j}$ ha modulo pari a 5 N e componenti $f_x = f_y$ ed è applicata nel punto P di coordinate (2,0), espresse in metri. Il momento di **f** rispetto a O è diretto lungo l'asse z e il suo modulo, in N·m, è pari a

A) 1.41 (B) 5 **(C) 7.07** (D) 10 (E) 14.1

SOLUZIONE. Si devono ricavare prima le componenti $f_x = f_y$ dalla relazione

$$f_x^2 + f_y^2 = 2f_{x,y}^2 = |\mathbf{f}|^2 = 5\times 5 = 25 \Rightarrow f_y = 3.536$$

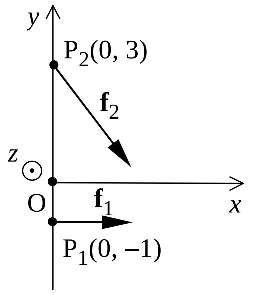


Il momento **M,** rispetto a O è dato dal prodotto vettoriale

$$\mathbf{M} = \mathbf{OP}\times\mathbf{f} = 2\mathbf{i}\times(f_x\mathbf{i} + f_y\mathbf{j}) = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ f_x & f_y & 0 \end{vmatrix} = 2f_y\mathbf{k} \approx 7.07\ \mathbf{k}\ \text{Nm}$$

3. Due forze, $\mathbf{f}_1 = (3\text{ N})\mathbf{i}$ e $\mathbf{f}_2 = (3\text{ N})\mathbf{i} - (4\text{ N})\mathbf{j}$ sono applicate ai punti $P_1(0\text{ m}, -1\text{ m})$ e $P_2(0\text{ m}, 3\text{ m})$ del sistema cartesiano della figura. Il momento risultante delle due forze rispetto a un asse uscente dal piano del disegno e passante per l'origine O, in N·m, vale

(A) 3 (B) **–6** (C) 9
(D) –12 (E) 4



SOLUZIONE. Poiché i vettori appartengono al piano xy, i loro momenti rispetto a O sono diretti lungo l'asse z e analiticamente si esprimono (omettendo le unità di misura)

$\mathbf{M}_1 = \mathbf{OP}_1\times\mathbf{F}_1 = -1\mathbf{j}\times 3\mathbf{i} = 3\mathbf{k}$ $\quad\mathbf{M}_2 = \mathbf{OP}_2\times\mathbf{F}_2 = 3\mathbf{j}\times(3\mathbf{i}-4\mathbf{j}) = -9\mathbf{k}$

da cui $\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = 3\mathbf{k} - 9\mathbf{k} = -6\mathbf{k}$

Perciò il momento risultante ha modulo pari a 6 N·m ed è diretto nel verso negativo dell'asse z.

4. Una forza $\mathbf{F} = (6\mathbf{i}+2\mathbf{j})$ N è applicata nel punto P di coordinate x=0, y=5 m. Il momento di **F** rispetto all'origine ha componente lungo z pari a

(A) –10 N m (B) 10 N m (C) –40 N m (D) 15 N m **(E) –30 N m***

5. Una forza **F** con $F_x = -3$ N, $F_y = 4$ N, $F_z = 2$ N è applicata nel punto P(5 m, 1 m, 0); la componente z del momento di **F** rispetto all'origine degli assi vale:

(A) 0 N m (B) 2 N m **(C) 23 N m** (D) –10 N m (E) 17 N m

6. Dati i due vettori $\mathbf{F}_1 = -1\,\mathbf{i} + 2\,\mathbf{j}$ applicato in O(0, 0) e $\mathbf{F}_2 = 2\,\mathbf{i} + 3\,\mathbf{j}$ applicato in B(1, 0) la retta che è il luogo dei punti del piano rispetto ai quali il momento risultante di $\mathbf{F}_1$ e $\mathbf{F}_2$ è nullo è

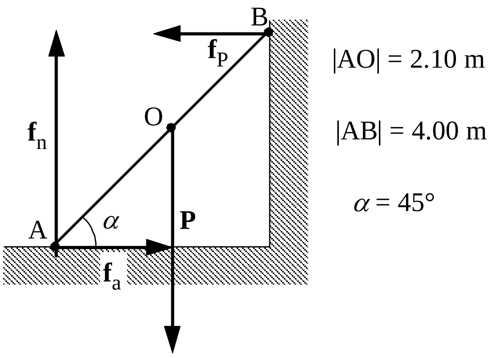
(A) $y = 0.5x - 0.75$ **(B) $y = 5x - 3$**.0 (C) $y = 2x - 1$ (D) $y = 0.2x - 0.4$ (E) $y = x$

7. La forza (espressa in N) $\mathbf{F} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ è applicata in un punto P della retta $x = y$. Il momento della forza rispetto all'origine degli assi cartesiani ha componente $M_z = +5\text{Nm}$. L'ascissa x_P Del punto P, espressa in metri, vale

(A) –5 **(B) –1** (C) 1 (D) 5 (E) _____

CORPI IN EQUILIBRIO STATICO

Cb1. Un uomo la cui massa è $m = 70$ kg è sul settimo gradino di una scala complessivamente lunga 4 m e dal peso trascurabile appoggiata a un muro liscio. La scala forma con questo un angolo di $\alpha = 45°$, come indicato nel disegno.
La distanza tra i gradini è di 30 cm. Il minimo coefficiente di attrito μ_S con il suolo necessario perché la scala non scivoli è



(A) 0.210 **(B) 0.525** (C) $\sin\alpha$
(D) $\cos\alpha$ (E) $\tan\alpha$

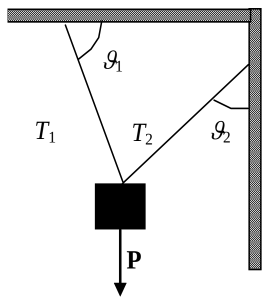
SOLUZIONE. Poiché la parete è liscia, potrà agire sulla scala solo con una forza $\mathbf{f}_P$ normale alla parete. Scelto un sistema di riferimento *xy* applichiamo la prima delle equazioni della statica nelle due componenti:
lungo l'asse *x*: $f_a - f_P = 0 \Rightarrow fa = f_P = \mu_S f_n$ (1)
lungo l'asse *y*: $f_n - P = 0 \Rightarrow f_n = P$
Per la seconda equazione della statica i momenti rispetto al polo A delle forze applicate devono dare somma nulla:

$$\left(|\mathbf{AB}|\sin\alpha\right)f_{\mathbf{P}} = \left(|\mathbf{AO}|\cos\alpha\right)P \Rightarrow f_{\mathbf{P}} = \frac{|\mathbf{AO}|}{|\mathbf{AB}|}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}P$$

Sostituendo questa relazione nell'equazione (1) si ottiene il valore del minimo coefficiente di attrito richiesto: $\mu_S = \dfrac{f_P}{P} = \dfrac{\mathrm{AO}\cos\alpha}{\mathrm{AB}\sin\alpha} = 0.525$

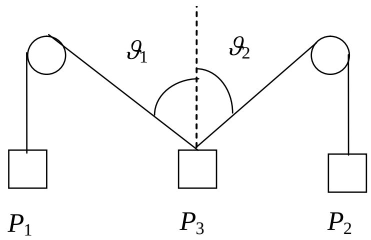
Si noti che occorre un coefficiente di attrito praticamente uguale a 1 perché l'uomo possa andare in cima alla scala; questo requisito diventa meno stringente all'aumentare dell'angolo α tra scala e appoggio orizzontale.

Cb2. Un peso P =600 N è appeso alle corda della figura dove gli angoli valgono $\theta_1 = 50°$ e $\theta_2 = 40°$. La tensione T_1 vale

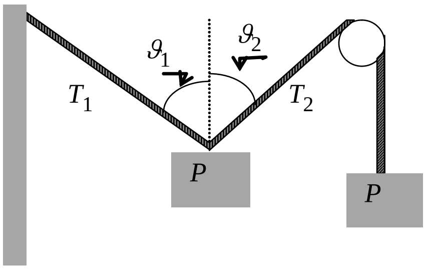


(A) 311 N **(B) 392 N** (C) 439 N
(D) 532 N (E) 610 N

Cb3. I tre pesi P_1, P_2 e P_3 della figura sono in equilibrio: le corde sono leggere, le carrucole senza attrito, la massa m_1 vale 4 kg e gli angoli valgono ϑ_1 =30° e $\vartheta_2 = 45°$. La massa m_2 vale

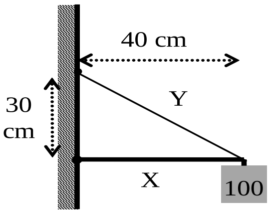


(A) 2.83 kg (B) 5.46 kg (C) 5.65 kg
(D) 8.49 kg (E) ________



Cb4. Alla corda della figura sono appesi due corpi di uguale massa $m = 3$ kg e la carrucola è senza attrito. Se l'angolo ϑ_1 vale 53°, l'angolo ϑ_2 è di circa

(A) 18° (B) 32° (C) 53°
(D) 74° (E) 76°

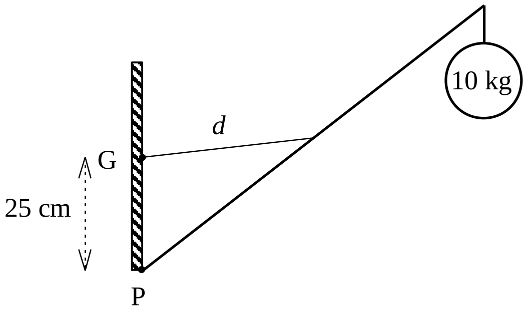


Cb5. Un oggetto pesante 100 N è sospeso ad un estremo di una barra orizzontale X di peso trascurabile e lunga 40 cm. L'estremo della barra col peso è sorretto dalla corda Y della figura e l'altro estremo è imperniato alla parete.
La tensione della corda vale (arrotondare)

(A) 70 N (B) 90 N (C) 100 N
(D) 130 N **(E) 170 N**

Cb6. Ad un estremo di un'asta leggera lunga $l = 1$ m incernierata nell'altro estremo P é appeso un corpo di massa m =10 kg. L'asta è legata nel suo punto medio ad una fune leggera lunga d = 40 cm che la collega ad un gancio G posto 25 cm lungo la verticale sopra P.
La tensione della fune vale

(A) 78.4 N (B) 235.2 N **(C) 313.6 N**
(D) 392 N (E) _________



Cb7. Su una barra orizzontale uniforme di massa m = 10 kg e lunga e 3 m si pone un corpo di massa m_1 = 80 kg. Sollevando la barra per i due estremi A e B si nota che, per mantenerla orizzontale, la forza da applicare in A è tre volte maggiore di quella da applicare in B. La massa m_1 è stata posta a una distanza da A pari a:

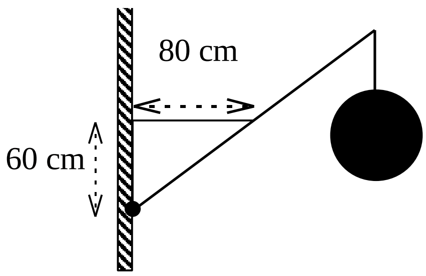
(A) 0.5 m (B) 1.5 m (C) 0.375 m **(D) 0.66 m** (E) 0.33 m

Cb8. Un'asta di massa m = 10 kg è incernierata al punto O; al suo estremo vi è un corpo di massa m_1 = 10 kg e nel punto di mezzo è attaccata una fune che forma un angolo di 30° con l'orizzontale. Se l'asta è orizzontale, la tensione della fune è pari a circa

(A) 588 N (B) 196 N (C) 294 N (D) 392 N (E) ______

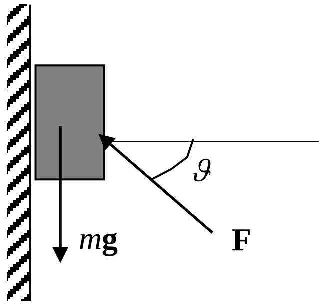
Cb9. Un'asta leggera lunga due metri incernierata ad un estremo in modo che possa ruotare in un piano verticale sostiene al secondo estremo un peso ed é trattenuta da una corda lunga 80 cm che collega il punto di mezzo dell'asta a un gancio posto 60 cm sopra il perno. Se la corda si spezza per una tensione di 1960 N, la massa appesa al secondo estremo deve valere al più

(A) 75 kg (B) 76.5 kg (C) 192 kg
(D) 533.3 kg (E) 544.2 kg



Cb10. Voglio sorreggere un libro di massa $m = 2$ kg contro una parete esercitando su questo una forza **F** diretta come in figura, dove ϑ=45°. Se il coefficiente di attrito libro-parete vale 0.6 la forza minima necessaria è di

(A) 13.8 N **(B) 17.35 N** (C) 19.2 N
(D) 27.7 N (E) 39.2 N



Cb11. La struttura di un verricello è schematizzabile come un'asta lunga L = 2 m, di massa M = 60 kg, incernierata a 150 cm dall'estremo che sorregge una massa m = 30 kg. L'altro estremo è tenuto in posizione da una fune orizzontale di 40 cm fissata al sostegno del fulcro. La tensione sulla fune vale

(A) 784 N (B) 1176 N **(C) 1960 N**
(D) 2350 N (E) 2617 N