

### LAVORO ED ENERGIA

**Ea1.** Una forza  $F(x) = kx^3 - \alpha x$ , con  $k$  e  $\alpha$  costanti, sposta il suo punto di applicazione da  $x = 0$  a  $x = x_A$ . Calcolare il lavoro compiuto dalla forza.

[Risposta:  $L = \frac{1}{4} kx_A^4 - \frac{1}{2} \alpha x_A^2$ ]

**Ea2.** Una forza  $\mathbf{F}(x,y) = 3x \mathbf{i} + 2y^2 \mathbf{j}$  sposta il suo punto di applicazione da  $A(0,1)$  a  $B(2,5)$ . Calcolare il lavoro compiuto dalla forza.

[Risposta:  $L = 88.67 \text{ J}$ ]

**Ea3.** Un corpo puntiforme di massa  $m$  si muove lungo una linea di equazione:

$$\begin{cases} x = 6t \\ y = \frac{1}{2}t^2 \\ z = t^3 \end{cases} \quad \text{Calcolare il lavoro compiuto dalla forza che determina il moto, nell'intervallo } t_2 - t_1.$$

[Risposta:  $L = \frac{1}{2} m[(t_2^2 - t_1^2) + 9(t_2^4 - t_1^4)] \text{ J}$ ]

**Ea4.** Un cannone lungo  $L = 3 \text{ m}$  spara in direzione orizzontale un proiettile di massa  $m = 10 \text{ kg}$ . All'uscita dal cannone, la velocità del proiettile è  $v_u = 500 \text{ m/s}$ . L'intensità della forza esercitata sul proiettile dai gas nell'esplosione dipende dalla posizione  $x$  secondo la relazione:

$F(x) = k\sqrt{x}(L - x)$ , dove  $x$  è la coordinata di un asse orizzontale parallelo al cannone e con l'origine coincidente con il punto di esplosione. Trascurando gli attriti, calcolare il valore della costante  $k$ .

[Risposta:  $k = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^{1/2} \text{s}^2}$ ]

**Ea5.** Un'auto con massa di  $1500 \text{ kg}$  lanciata a  $100 \text{ km/h}$  su asfalto asciutto (coefficiente d'attrito  $\mu = 0.8$ ) e ruote bloccate, slitta arrestandosi completamente in (arrotondare ai cinque metri più vicini)

(A) 50 m                      (B) 70 m                      (C) 110 m                      (D) 150 m                      (E) 165 m

**Soluzione.** Essendo le ruote bloccate, l'attrito è l'unica forza frenante. Per il teorema dell'energia cinetica, il lavoro della forza d'attrito è pari alla variazione di energia cinetica. Dato che l'auto si ferma, l'energia cinetica finale sarà nulla, pertanto si avrà:

$$-\frac{1}{2}mv^2 = -\mu mgs \Rightarrow s = \frac{v^2}{2\mu g} \cong 49.2 \cong 50 \text{ m}$$

**Ea6.** Un maglio con massa di  $10.2 \text{ kg}$  viene innalzato di  $8 \text{ m}$  sopra la cima di un palo di ugual massa e parzialmente conficcato nel terreno. Se dopo un colpo di maglio il palo è affondato di  $40 \text{ cm}$  nel terreno, qual è la forza di attrito media che si è esercitata sul palo durante il suo spostamento?

(A) 2000 N                      (B) 2100 N                      (C) 2200 N                      (D) 4100 N                      (E) 4200 N

**Soluzione.** Il lavoro delle forze d'attrito è uguale alla variazione di energia totale del sistema formato dal maglio e dal palo; poiché il palo e il maglio sono fermi prima dell'urto e dopo che il palo si è conficcato nel terreno, la variazione di energia cinetica è nulla e la variazione di energia totale coincide con la variazione di energia potenziale del sistema. Indicata  $m_1$  la massa del palo,  $m_2$  quella del maglio, e  $s$  l'abbassamento del palo, si ha perciò:

$$-m_1g(\Delta h + s) - m_2gs = -Fs \Rightarrow F = \frac{m_1g(\Delta h + s) + m_2gs}{s} \cong 2200 \text{ N.}$$

**Ea7.** Nel punto più elevato di una montagna russa, a 15 m dal suolo, il carrello è fermo; sulla sommità di una cunetta a 5 m dal suolo i passeggeri sentono di non appoggiare più sul sedile. Se gli attriti sono trascurabili, il raggio di curvatura  $R$  alla sommità della cunetta è di

- (A) 5 m                      (B) 10 m                      (C) 15 m                      **(D) 20 m**                      (E) 30 m

**Soluzione.** Indicato B il punto più alto delle montagne russe e A la sommità della cunetta, l'energia totale del sistema è pari all'energia potenziale in B. Essendo trascurabili gli attriti, il campo di forze è conservativo e l'energia totale resta costante.

Nel punto A l'energia e la velocità saranno pertanto:

$$mgh_A + \frac{1}{2}mv^2 = mgh_B \Rightarrow v_2 = 2g(h_A - h_B)$$

Poiché nel punto A gli occupanti si sentono “senza peso”, la reazione vincolare  $N$  del sedile è nulla, quindi la forza centripeta è uguale al peso:

$$mg = m\frac{v^2}{R}$$

Sostituendo  $v^2 = Rg$  nella precedente espressione si ottiene il raggio  $R$  della cunetta:

$$R = 2(h_A - h_B) = 20 \text{ m}$$

**Ea8.** La velocità iniziale di un oggetto di 2 kg è  $\mathbf{v}_{in} = (3\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$ (m/s) e quella finale è  $\mathbf{v}_{fin} = (6\mathbf{i} + 2\mathbf{j})$  (m/s). La variazione di energia cinetica dell'oggetto (segno negativo  $\Rightarrow E_{fin} < E_{in}$ ) è di

- (A) -5 J                      **(B) 15 J**                      (C) 19.6 J                      (D) 25 J                      (E) 40 J

**Ea9.** Un chicco di grandine con massa di 2 g colpisce il cofano di un'auto ferma con una velocità di 10 m/s e rimbalza verso l'alto per 204 cm. L'energia dissipata nell'impatto è di

- (A) 31 mJ                      **(B) 60 mJ**                      (C) 80 mJ                      (D) 98 mJ                      (E) 160 mJ

**Ea10.** Una palla è scagliata in alto con una velocità di 19.6 m/s. Quale massima altezza raggiungerà?

- (A) 15 m                      **(B) 20 m**                      (C) 25 m                      (D) 30 m                      (E) 60 m

**Ea11.** Una pentola con massa di 2 kg arriva sul piano di un tavolo con una velocità iniziale di 3 m/s e si arresta in 80 cm. Il coefficiente di attrito tra pentola e tavolo vale

- (A) \_\_\_\_\_                      **(B) 0.57**                      (C) 0.66                      (D) 0.76                      (E) 0.92

**Ea12.** Un sasso avente massa di 2 kg cade da 15 m e affonda per 50 cm nel terreno. La forza media che si esercita tra sasso e terreno vale

- (A) \_\_\_\_\_                      (B) 310 N                      (C) 980 N                      (D) 150 N                      **(E) 610 N**

**Ea13.** Una pallottola avente la massa di 5 g colpisce un pezzo di legno a 100 m/s e penetra per 6 cm. Assumendo che il legno resti fermo e che nel legno il moto della pallottola sia uniformemente decelerato, calcolare la forza media agente sulla pallottola nel legno

- (A) **420 N**                      (B) 600 N                      (C) 840 N                      (D) 980 N                      (E) 1200

**Ea14.** L'energia potenziale di una massa di 3 kg che si muove lungo l'asse delle  $x$  è espressa da ( $x$  in m,  $E$  in J)  $E(x) = 3 \cdot (6 - x)^2 + 0.1 \cdot x^4$ . Se passando dal punto  $P_1$  ( $x=0$ ) al punto  $P_2$  ( $x=5$  m) la velocità della massa raddoppia, la velocità in  $P_1$  vale

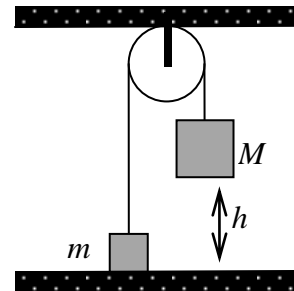
- (A) 1.9 m/s                      (B) 2.7 m/s                      **(C) 3.1 m/s**                      (D) 3.6 m/s                      (E) 4.0 m/s

**Ea15.** Nel lancio del peso si scaglia una palla con massa di 7.26 kg con una inclinazione di circa  $45^\circ$  sulla orizzontale. In un lancio da record mondiale di 22 m l'energia cinetica iniziale della palla in assenza di attrito dell'aria è stimata essere

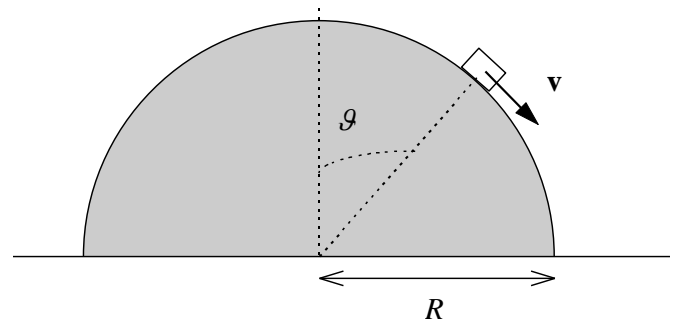
- (A) 695 J            (B) **783 J**            (C) 2820 J            (D) 371 J            (E) 2620 J

**Ea16.** Due masse  $M$  e  $m$  sono vincolate alla carrucola senza attriti del disegno e sono inizialmente ferme nella posizione indicata in figura, con  $m$  al suolo e  $M$  alla altezza di 2 m. Se  $M = 4$  kg e raggiunge il suolo con una velocità di 1.5 m/s, la massa  $m$  vale

- (A) 1.56 kg            (B) 2.64 kg            (C) 3.18 kg  
 (D) **3.57 kg**            (E) 3.77 kg



**Ea17.** Una slitta con massa di 20 kg senza attrito inizia a scendere dalla cima di una cupola semisferica di  $R=5$  metri di raggio. Che velocità avrà la slitta nel punto in cui si stacca dalla cupola? (si consideri nulla la velocità sulla cima della cupola; il punto del distacco è quello in cui la componente normale alla superficie della forza peso eguaglia la forza centripeta)



- (A) **5.7 m/s**            (B) 8.1 m/s            (C) 11 m/s  
 (D) 20 m/s            (E) \_\_\_\_\_

### POTENZA MECCANICA

**Eb1.** Una automobile, con massa di 1000 kg, accelerando da ferma sviluppa una potenza media di 37.3 kW. Il tempo minimo dalla partenza necessario perché raggiunga i 100 km/h è

- (A) 5.1s            (B) 8.3s            (C) **10.3s**            (D) 12.0s            (E) 13.7s

**Soluzione.** Poiché la velocità iniziale è nulla, il lavoro sviluppato in un tempo  $t$ , pari al prodotto della potenza per il tempo ( $P t$ ), è uguale alla variazione di energia cinetica e quindi all'energia

cinetica finale:  $Pt = \frac{1}{2} m v^2$ .

Quindi  $t = \frac{m v^2}{2 P} = 10.3s$

**Eb2.** Qual è la potenza minima di una pompa che riempie in un'ora una piscina contenente  $(9 \times 20 \times 2) m^3$  d'acqua prelevandola da un serbatoio il cui centro sia ad una quota inferiore di 10.2 m rispetto alla quota del centro della piscina?

- (A) 2.5 kW            (B) 5 kW            (C) 9.8 kW            (D) **10 kW**            (E) 20 kW

**Soluzione.** La potenza minima sviluppata dalla pompa deve essere uguale alla variazione di energia della massa di acqua, il cui baricentro viene innalzato di 10.2 m. Poiché la massa dell'acqua si ottiene moltiplicando la sua densità per il volume della piscina, si ha:

$$potenza = \frac{mgh}{t} = \frac{\rho Vgh}{t} = \frac{1000\text{kg/m}^3 \cdot (9 \cdot 20 \cdot 2)\text{m}^3 \cdot 9.8\text{m/s}^2 \cdot 10.2\text{m}}{3600\text{s}} = 9996\text{W} \cong 10\text{kW}$$

**Eb3.** Una forza  $\mathbf{F} = \frac{3}{2}y\mathbf{i} + 3x^2\mathbf{j} - \frac{1}{5}(x^2 + y^2)\mathbf{k}$  agisce su una particella di massa  $m = 1$  kg.

Nell'istante  $t = 0$ , la particella si trova nel punto P, la cui posizione rispetto all'origine del sistema di riferimento è  $\mathbf{r} = (2\mathbf{i} + 5\mathbf{j})$  m, e possiede la velocità  $\mathbf{v} = (2\mathbf{i} + 1\mathbf{k})$  m/s.

Determinare, nell'istante  $t = 0$ :

a) il modulo  $F$  della forza; b) il vettore accelerazione  $\mathbf{a}$ ; c) l'energia cinetica della particella; la potenza istantanea.

[Risposta:  $F = 15.3$  N; b)  $\mathbf{a} = (7.5\mathbf{i} + 12\mathbf{j} - 5.8\mathbf{k})$  m/s; c)  $E_c = 2.5$  J; d)  $P = 9.2$  W]

**Eb4.** Un punto materiale di massa  $m = 6$  kg, libero di muoversi lungo l'asse  $x$ , partendo dall'origine  $x = 0$ , si muove per un tratto  $d = 3$  m, sottoposto alla forza  $F = (3 + 4x)$  N. Calcolare, in corrispondenza di  $x = d$ , la velocità, l'accelerazione e la potenza sviluppata dalla forza.

[Risposta:  $v = 3$  m/s;  $a = 2.5$  m/s<sup>2</sup>;  $P = 45$  W]

**Eb5.** Un punto materiale di massa  $m = 6$  kg, partendo nell'istante  $t = 0$ , si muove sottoposto alla forza  $F = (3 + 4t)$  N. Calcolare, nell'istante  $t = 3$  s dalla partenza, la velocità, l'accelerazione e la potenza sviluppata dalla forza.

[Risposta:  $v = 4.5$  m/s;  $a = 2.5$  m/s<sup>2</sup>;  $P = 67.5$  W]

**Eb6.** Un'auto di massa  $m = 1000$  kg e velocità iniziale  $v_0 = 50$  km/h, accelera nell'intervallo  $\Delta t = 7$  s, fino a raggiungere la velocità  $v_1 = 130$  km/h. Se non ci sono attriti calcolare la potenza media fornita dal motore.

[Risposta:  $P = 79.3$  kW]

**Eb7.** Un'auto di 1000 kg al traino è tirata lungo una salita con pendenza 5% alla velocità costante di 50 km/h. Se gli attriti con l'aria non sono trascurabili, sapendo che per il traino viene impiegata una potenza di 15 kW, la potenza dissipata in attriti vale circa

(A) 5.2 kW      (B) 6.8 kW      (C) **8.2 kW**      (D) 9.8 kW      (E) \_\_\_\_\_

**Eb8.** Per estrarre il grano dalla stiva di una nave si usa un tubo con una vite senza fine che innalza il grano di 12 metri e lo espelle con una velocità media del chicco di 3 m/s al ritmo di 2 kg al secondo. La potenza richiesta per operare questo dispositivo in assenza di attriti è di circa (1cv. = 746 W)

(A) 120 W      (B) 649 W.      (C) **246 W.**      (D) 235 W      (E) 157 W.

**Eb9.** Un laghetto alpino contiene  $1.2 (10^7)$  m<sup>3</sup> di acqua ad una quota media di 300 m sopra la turbina di una centrale idroelettrica a valle. Il numero teorico di chilowattora ottenibili utilizzando la caduta di tutta l'acqua del lago è pari a circa

(A) \_\_\_\_\_      (B)  $4.9 (10^6)$       (C)  $6.1 (10^6)$       (D)  $8.8 (10^6)$       (E)  **$9.8 (10^6)$**

**Eb10.** Un fucile con canna lunga 0.8 m spara una pallottola di 20 g con una velocità di volata di 3000 m/s. Se in ogni sparo viene rilasciata un'energia termica di 40 kJ, qual è l'energia complessiva rilasciata nell'esplosione della polvere da sparo (si trascuri l'energia di rinculo)

(A) 40 kJ      (B) **130 kJ**      (C) 90 kJ      (D) 112.5 kJ      (E) \_\_\_\_\_