

MOTO NEL PIANO

Bb1. In un moto piano, la velocità all'istante iniziale vale $\mathbf{v}(0) = 6\mathbf{i} + 1\mathbf{j}$ e dopo due secondi vale $\mathbf{v}(2) = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$. Il modulo dell'accelerazione media vale

- (A) 1 m/s^2 (B) 1.41 m/s^2 (C) 2 m/s^2 (D) 2.50 m/s^2 (E) 5.00 m/s^2

SOLUZIONE. Il vettore accelerazione media è dato dal rapporto fra la differenza dei vettori velocità nei due istanti e l'intervallo di tempo in cui è avvenuta la variazione:

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}(2) - \mathbf{v}(0)}{2s} = \frac{(3-6)\mathbf{i} + (5-1)\mathbf{j}}{2} \text{ m/s}^2 = -\frac{3}{2}\mathbf{i} + 2\mathbf{j} \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2} \text{ m/s}^2 = \sqrt{\frac{25}{4}} \text{ m/s}^2 = 2.5 \text{ m/s}^2$$

Bb2. Nel problema precedente, la componente centripeta dell'accelerazione vale

- (A) 1 m/s^2 (B) 1.41 m/s^2 (C) 2 m/s^2 (D) 2.50 m/s^2 (E) 5.83 m/s^2

SOLUZIONE. Il modulo della componente tangenziale dell'accelerazione è il rapporto fra la differenza (a meno del segno) dei moduli delle velocità e l'intervallo di tempo:

$$a_t = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{|v(2) - v(0)|}{2s} = \frac{|\sqrt{3^2 + 5^2} - \sqrt{6^2 + 1^2}|}{2} \text{ m/s}^2 = \frac{|\sqrt{34} - \sqrt{37}|}{2} \text{ m/s}^2 = 0.126 \text{ m/s}^2$$

La componente (vettoriale) tangenziale \mathbf{a}_t e quella centripeta \mathbf{a}_c sono tra loro perpendicolari, la loro risultante è l'accelerazione totale \mathbf{a} . Quindi

$$a^2 = a_t^2 + a_c^2 \Rightarrow a_c = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{2.50^2 - 0.126^2} \text{ m/s}^2 = 2.50 \text{ m/s}^2$$

Nell'approssimazione utilizzata di 3 cifre significative la componente centripeta e il modulo della accelerazione totale hanno identico valore.

Bb3. Un punto materiale, che nell'istante iniziale $t = 0$ si trova nell'origine O di un sistema di riferimento cartesiano, si muove nel piano xy . Se all'istante $t_1 = 2 \text{ s}$ si trova nel punto di coordinate $P_1(0, 3) \text{ m}$ e all'istante $t_2 = 5 \text{ s}$ si trova nel punto di coordinate $P_2(4, 4) \text{ m}$, calcolare la velocità media \mathbf{v}_1 nell'intervallo da 0 a t_1 e la velocità media \mathbf{v}_2 nell'intervallo da t_1 a t_2 .

[Risposta: $\mathbf{v}(1) = (1.5 \text{ m/s})\mathbf{j}$; $\mathbf{v}(2) = \left(\frac{4}{3} \text{ m/s}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{1}{3} \text{ m/s}\right)\mathbf{j}$]

Bb4. La velocità di un punto lungo una traiettoria piana all'istante iniziale è $\mathbf{v}_0 = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ (m/s) e dopo un secondo, durante il quale il punto ha percorso circa 5 m, la velocità vale $\mathbf{v}_1 = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ (m/s).

L'accelerazione tangenziale del punto vale (in m/s^2)

- (A) 0 m/s^2 (B) 0.41 m/s^2 (C) 1.0 m/s^2 (D) 1.4 m/s^2 (E) _____

Bb5. Calcolare le componenti cartesiane del vettore accelerazione e del vettore accelerazione tangenziale del punto P il cui vettore spostamento varia secondo la legge: $\mathbf{s}(t) = 8t\mathbf{i} - 2t^2\mathbf{j}$, dove s è misurato in metri, t in secondi e le costanti hanno opportune unità di misura.

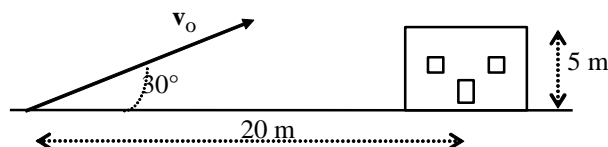
[Risposta: $\mathbf{a}(t) = -4\mathbf{j}$; $\mathbf{a}_T(t) = \frac{8t}{4+t^2}\mathbf{i} - \frac{4t^2}{4+t^2}\mathbf{j}$]

Bb6. In riferimento all'esercizio precedente, calcolare le componenti cartesiane del vettore accelerazione centripeta e, nell'istante $t = 1 \text{ s}$, il raggio di curvatura istantaneo della traiettoria.

[Risposta: $\mathbf{a}_N(1\text{s}) = -1.6\mathbf{i} - 3.2\mathbf{j}$; $R = 22.4 \text{ m}$]

Bb7. Uno “Stuka” (caccia bombardiere tedesco della seconda guerra mondiale progettato per bombardare mentre scende in picchiata) sgancia una bomba mentre è a duemila metri dal suolo e ha una velocità di 150 m/s che forma un angolo di 30° con la verticale discendente. L’accelerazione di gravità è verticale discendente e vale 9.8 m/s^2 . La bomba raggiunge il suolo dopo un tempo di circa
 (A) 7 s (B) **11 s** (C) 13 s (D) 15 s (E) _____

Bb8. Una palla è tirata con una inclinazione di 30° ed atterra ad una distanza orizzontale di 20 m sul tetto di una costruzione alta 5 m. La velocità iniziale della palla è di circa



(A) 7.6 m/s (B) 15 m/s (C) 9.8 m/s (D) 32 m/s (E) **20 m/s**

MOTO CIRCOLARE E MOTO ARMONICO

Bc1. Un punto si muove su una circonferenza di raggio $R = 2 \text{ m}$ con velocità angolare variabile nel tempo secondo la legge: $\omega(t) = kt$, dove $k = 3 \text{ rad/s}^2$. Sapendo che all’istante iniziale la posizione angolare è $\vartheta(0) = 0$, trovare la velocità angolare e tangenziale, l’accelerazione centripeta e tangenziale nell’istante $t^* = 0.6 \text{ s}$.

[Risposta: $\omega(t^*) = 1.8 \text{ rad/s}$; $v(t^*) = 3.6 \text{ m/s}$; $\vartheta(t^*) = 0.54 \text{ rad}$; $a_T = 6 \text{ m/s}^2$; $a_c = 6.48 \text{ m/s}^2$]

Bc2. Le componenti del vettore posizione di un punto materiale che si muove su una traiettoria curvilinea sono date da: $\mathbf{s}(t) = (R \sin \omega t)\mathbf{i} + R(1 - \cos \omega t)\mathbf{j}$.

calcolare l’equazione della traiettoria, il modulo della velocità tangenziale, l’accelerazione tangenziale e l’accelerazione centripeta.

[Risposta: $x^2 + y^2 - 2Ry = 0$; $|\mathbf{v}_T| = R\omega$; $a_c = \omega^2 R$; $a_T = 0$]

Bc3. Le componenti del vettore posizione di un punto materiale sono rispettivamente:

$x = (3\text{m}) \cos \omega t$ e $y = (3\text{m}) \sin \omega t$. Se la velocità del punto ha modulo costante $v = 10 \text{ m/s}$; la sua pulsazione angolare ω vale

(A) 0.3 rad/s (B) 0.33 rad/s (C) 3 rad/s (D) **3.33 rad/s** (E) 10 rad/s

Bc4. Le componenti del vettore posizione di un punto materiale per $t > 0$ seguono la legge:

$x(t) = (v_0 t) \cos \omega t$ e $y(t) = (v_0 t) \sin \omega t$ con $v_0 = 3 \text{ m/s}$ e $\omega = 3.14 \text{ rad/s}$. La componente x della velocità all’istante $t = 1 \text{ s}$ in valore assoluto vale

(A) 0 m/s (B) **3.00 m/s** (C) 9.42 m/s (D) 9.89 m/s (E) _____

Bc5. Con riferimento al problema precedente, il modulo dell’accelerazione nell’istante $t = 1 \text{ s}$ vale

(A) 0 m/s^2 (B) 3.98 m/s^2 (C) 8.98 m/s^2 (D) 18.84 m/s^2 (E) **35.10 m/s^2**

Bc6. Un punto in moto circolare uniforme con periodo $T = 5 \text{ s}$ ha una accelerazione centripeta di 20 m/s^2 . Il modulo della sua velocità vale circa

(A) **57 km/h** (B) 25 m/s (C) 80 m/s (D) 290 km/h (E) 9.8 m/s^2

Bc7. Un punto A che descrive con velocità v_A , costante in modulo, una circonferenza di raggio r ha una accelerazione centripeta 25 volte maggiore di quella di un punto B che descrive un’orbita circolare di raggio $5r$ con velocità in modulo costante v_B . Il rapporto v_B/v_A è pari a

- (A) 25 (B) 5 (C) $\sqrt{5}$ (D) 1 **(E) $1/\sqrt{5}$**

Bc8. La Luna compie approssimativamente un'orbita circolare di raggio $R = 3.8 \times 10^8$ m attorno alla Terra in 28 giorni; la sua accelerazione centripeta vale circa (in m/s^2)

- (A) **2.56 (10^{-3})** (B) $5.72 (10^{-3})$ (C) 0.98 (D) $3.14 (10^{-2})$ (E) _____

Bc9. Un punto che oscilla di moto armonico con periodo $T = 3.14$ s raggiunge una velocità massima di 20 km/h. Il suo moto sarà descritto da un'equazione del tipo $x(t) = x_0 \cos(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$, dove

l'ampiezza x_0 vale circa

- (A) 10 km (B) 9.8 m (C) 17.4 m (D) 62.8 km **(E) 2.78 m**

Bc10. Un punto oscilla con moto armonico di ampiezza massima $x_{\text{max}} = 1$ m, compiendo una oscillazione completa in 2.5 s. Calcolare la sua accelerazione nel punto $x = 0.33$ m.

- (A) 3.98 m/s^2 **(B) -2.08 m/s^2** (C) 8.98 m/s^2 (D) 18.84 m/s^2 (E) 35.10 m/s^2