

# Formulario di Fisica Generale I

## Cinematica

Velocità:  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

Accelerazione:  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

### Moto uniformemente accelerato

$v - v_0 = a \cdot t$

$x - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$

$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v_x)t$

$v_x^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

Corpo in caduta da fermo:

$v = \sqrt{2gh}$

$t = \sqrt{2h/g}$

### Moto del Proiettile

$y = x \cdot \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2$

$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$

$x_{max} = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$

### Moto Circolare

Velocità angolare:  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Accel. angolare:  $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

### Moto Circolare Uniforme

$\omega = 2\pi/T$

$v_{tangenziale} = \omega r$

$a_{centripeta} = v^2/r = \omega^2 r$

### Moto Circolare Unif. Accel.

$\omega - \omega_0 = \alpha \cdot t$

$\theta - \theta_0 = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

### Moto curvilineo

$\vec{a} = a_T \hat{\theta} + a_R \hat{r} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \hat{\theta} - \frac{v^2}{r} \hat{r}$

## Sistemi a più corpi

Massa totale:  $m_T = \sum m_i = \int dm$

Centro di massa:

$\vec{r}_{CM} = (\sum m_i \vec{r}_i) / m_T = (\int \vec{r}_i dm) / m_T$

$\vec{v}_{CM} = d\vec{r}_{CM} / dt = \sum m_i \vec{v}_i / m_T$

$\vec{a}_{CM} = d\vec{v}_{CM} / dt = d^2 \vec{r}_{CM} / dt^2$

Momento di inerzia:

$I_{asse} = \sum m_i r_i^2 = \int r^2 dm$

Teorema assi paralleli:

$I_{asse} = I_{CM} + mD^2$

## Forze, Lavoro ed Energia

Legge di Newton:  $\vec{F} = m\vec{a}$

Momento della forza:  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

### Forze Fondamentali

Forza peso:  $F_g = mg$

Forza elastica:  $F_{el} = -k(x - l_0)$

Gravità:  $\vec{F}_g = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r}$

Elettrostatica:  $\vec{F}_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$

### Forze di Attrito

Statico:  $|\vec{F}_S| \leq \mu_S |\vec{N}|$

Dinamico:  $\vec{F}_D = -\mu_D |\vec{N}| \hat{v}$

Viscoso:  $\vec{F}_V = -\beta \vec{v}$

### Lavoro

$L = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\omega$

Forza costante:  $L = \vec{F} \cdot \vec{l}$

Forza elastica:

$L = -\frac{1}{2}k(x_f - l_0)^2 + \frac{1}{2}k(x_i - l_0)^2$

Forza peso:  $L = -mgh$

Gravità:  $L = Gm_1 m_2 \cdot \left( \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)$

Elettrostatica:  $L = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$

Potenza:  $P = \frac{dL}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \tau\omega$

### Energia

Cinetica:  $K = \frac{1}{2}mv^2$

Rotazione:  $K = \left\{ \frac{1}{2}m_T v_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 \right. \\ \left. \frac{1}{2}I_{AsseFisso}\omega^2 \right.$

Forze vive:  $K_f - K_i = L_{TOT}$

Potenziale:  $U = -L = -\int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{l}$

Meccanica:  $E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + U$

Conservazione:  $E_f - E_i = L_{NON CONS}$

En. potenziale forze fondamentali:

Forza peso:  $U(h) = mgh$

Forza elastica:  $U(x) = \frac{1}{2}k(x - l_0)^2$

Gravità:  $U(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r}$

Elettrostatica:  $U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$

## Impulso e Momento Angolare

Quantità di moto:  $\vec{p} = m\vec{v}$

Impulso:  $\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$

Momento angolare:  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Intorno ad un asse fisso:  $|\vec{L}| = I_{asse} \cdot \omega$

### Equazioni cardinali

$\vec{p}_T = \sum \vec{p}_i = m_T \cdot \vec{v}_{CM}$

$\vec{L}_T = \sum \vec{L}_i = I_{asse} \cdot \vec{\omega}$

I card:  $\sum \vec{F}_{ext} = d\vec{p}_T / dt = m_T \cdot a_{CM}$

II card:  $\sum \vec{\tau}_{ext} = d\vec{L}_T / dt$

Asse fisso:  $|\sum \vec{\tau}_{ext}| = I_{asse} \cdot \alpha_{asse}$

## Leggi di conservazione

$\vec{p}_T = \text{costante} \Leftrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = 0$

$\vec{L}_T = \text{costante} \Leftrightarrow \sum \vec{\tau}_{ext} = 0$

$E = \text{costante} \Leftrightarrow L_{NONCONS} = 0$

## Urti

Per due masse isolate  $\vec{p}_T = \text{costante}$ :

Anelastico:  $v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$

Elastico (conservazione energia):

$\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2) \end{cases}$

$\begin{cases} v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_{2i} \\ v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_{2i} \end{cases}$

## Moto Armonico

$x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0)$

$v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi_0)$

$a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi_0) = -\omega^2 x(t)$

$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$

$\phi_0 = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$

$f = \omega/2\pi, T = 2\pi/\omega$

Molla:  $\omega = \sqrt{k/m}$

Pendolo:  $\omega = \sqrt{g/L}$

## Momenti di inerzia notevoli

Anello intorno asse:  $I = mr^2$

Cilindro pieno intorno asse:  $I = \frac{1}{2}mr^2$

Sbarretta sottile, asse CM:  $I = \frac{1}{12}mL^2$

Sfera piena, asse CM:  $I = \frac{2}{5}mr^2$

Lastra quadrata, asse  $\perp$ :  $I = \frac{1}{6}mL^2$

## Gravitazione

3<sup>a</sup> legge di Keplero:  $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right) R^3$

Vel. di fuga:  $v = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$

## Elasticità

Modulo di Young:  $F/A = Y \cdot \Delta L/L$

Compressibilità:  $\Delta p = -B \cdot \Delta V/V$

Modulo a taglio:  $F/A = M_t \cdot \Delta x/h$

## Fluidi

Spinta di Archimede  $B_A = \rho_L V g$

Continuità:  $A \cdot v = \text{costante}$

Bernoulli:  $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{costante}$

## Onde

Velocità  $v$ , pulsazione  $\omega$ , lunghezza d'onda  $\lambda$ , periodo  $T$ , frequenza  $f$ , numero d'onda  $k$ .

$v = \omega/k = \lambda/T = \lambda f$

$\omega = 2\pi/T, k = 2\pi/\lambda$

## Onde su una corda

Velocità:  $v = \sqrt{T/\mu}$

Spostamento:  $y = y_{max} \sin(kx - \omega t)$

Potenza:  $P = \frac{1}{2}\mu v (\omega y_{max})^2$

## Onde sonore

Velocità:  $v = \sqrt{B/\rho} = \sqrt{\gamma p/\rho}$

$v(T) = v(T_0) \sqrt{T/T_0}$

Spostamento:  $s = s_{max} \cos(kx - \omega t)$

Pressione:  $\Delta P = \Delta P_{max} \sin(kx - \omega t)$

$\Delta P_{max} = \rho v \omega s_{max}$

Intensità:  $I = \frac{1}{2}\rho v (\omega s_{max})^2 = \frac{\Delta P_{max}^2}{2\rho v}$

Intensità(dB):  $\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$

Soglia udibile  $I_0 = 1.0 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$

## Effetto Doppler

$f' = \left(\frac{v + v_O \cos \theta_O}{v - v_S \cos \theta_S}\right) f$

## Termodinamica

### Primo principio

Calore e cap. termica:  $Q = C \cdot \Delta T$

Calore latente di trasf.:  $L_t = Q/m$

Lavoro sul sistema:  $dW = -pdV$

En. interna:  $\Delta U = \begin{cases} Q + W_{\text{sistema}} \\ Q - W_{\text{delsistema}} \end{cases}$

Entropia:  $\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{dQ_{REV}}{T}$

### Calore specifico

Per unità di massa:  $c = C/m$

Per mole:  $c_m = C/n$

Per i solidi:  $c_m \approx 3R$

Gas perfetto:  $c_p - c_v = R$

	$c_V$	$c_p$	$\gamma = c_p/c_V$
monoatom.	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{3}$
biatomico	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{5}$

### Gas perfetti

Eq. stato:  $pV = nRT = Nk_bT$

Energia interna:  $\Delta U = nc_V\Delta T$

Entropia:  $\Delta S = nc_V \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i}$

Isocora ( $\Delta V = 0$ ):

$W = 0$ ;  $Q = nc_v\Delta T$

Isobara ( $\Delta p = 0$ ):

$W = -p\Delta V$ ;  $Q = nc_p\Delta T$

Isotherma ( $\Delta T = 0$ ):

$W = -Q = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$

Adiabatica ( $Q = 0$ ):  $pV^\gamma = \text{cost.}$

$TV^{\gamma-1} = \text{cost.}$ ;  $p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cost.}$

$W = \Delta U = \frac{1}{\gamma-1}(P_f V_f - P_i V_i)$

### Macchine termiche

Efficienza:  $\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H}$

C.O.P. frigorifero =  $\frac{Q_C}{W}$

C.O.P. pompa di calore =  $\frac{Q_H}{W}$

Eff. di Carnot:  $\eta_{REV} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$

Teorema di Carnot:  $\eta \leq \eta_{REV}$

### Espansione termica dei solidi

Esp. lineare:  $\Delta L/L_i = \alpha\Delta T$

Esp. volumica:  $\Delta V/V_i = \beta\Delta T$

Coefficienti:  $\beta = 3\alpha$

$\beta$  gas perfetto,  $p$  costante:  $\beta = 1/T$

### Conduzione e irraggiamento

Corrente termica:

$\mathcal{P} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta T}{R} = \frac{kA}{\Delta x} \Delta T$

Resistenza termica:  $R = \frac{\Delta x}{kA}$

Resistenza serie:  $R_{eq} = R_1 + R_2$

Resistenza parallelo:  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Legge Stefan-Boltzmann:  $\mathcal{P} = e\sigma AT^4$

L. onda emissione:  $\lambda_{max} = \frac{2.898 \text{ mmK}}{T}$

### Gas reali

Eq. Van Der Waals:

$(p + a(\frac{n}{V})^2)(V - nb) = nRT$

### Calcolo vettoriale

Prodotto scalare:

$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos \theta$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

$|\vec{A}| = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

versore:  $\hat{A} = \vec{A}/|\vec{A}|$

Prodotto vettoriale:

$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$

### Costanti fisiche

#### Costanti fondamentali

Grav.:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{s}^2 \cdot \text{kg})$

Vel. luce nel vuoto:  $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$

Carica elementare:  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Massa elettrone:  $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Massa protone:  $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Cost. dielettrica:  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

Perm. magnetica:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

Cost. Boltzmann:  $k_b = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

N. Avogadro:  $N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

C. dei gas:  $R = \begin{cases} 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \\ 0.082 \text{ L} \cdot \text{atm}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \end{cases}$

C. Stefan-Boltzmann:

$\sigma = 5.6 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$

#### Altre costanti

Accel gravità sulla terra:  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Raggio terra:  $R_T = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$

Massa terra:  $M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

Massa sole:  $M_S = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$

Massa luna:  $M_L = 7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$

Vol. 1 mole di gas STP:  $V_{STP} = 22.4 \text{ L}$

Temp 0 assoluto  $\theta_0 = -273.15 \text{ }^\circ\text{C}$

### Trigonometria

$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ ,  $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ ,  $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$

$\sin(\alpha) = \pm \cos(\pi/2 \mp \alpha) = \pm \sin(\pi \mp \alpha)$

$\cos(\alpha) = \sin(\pi/2 \pm \alpha) = -\cos(\pi \pm \alpha)$

$\sin^2(\alpha) = \frac{1-\cos(2\alpha)}{2}$ ,  $\cos^2(\alpha) = \frac{1+\cos(2\alpha)}{2}$

$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \cos \frac{\alpha-\beta}{2} \sin \frac{\alpha+\beta}{2}$

$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$

### Derivate

$\frac{d}{dx} f(x) = f'(x)$

$\frac{d}{dx} (a \cdot x) = a f'(a \cdot x)$

$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

$\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$

$\frac{d}{dx} \frac{1}{x^n} = -n \frac{1}{x^{n+1}}$

$\frac{d}{dx} e^x = e^x$

$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$

$\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$

$\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$

### Integrali

$\int f(x)dx = I(x)$

$\int f(x-a)dx = I(x-a)$

$\int f(a \cdot x)dx = \frac{I(a \cdot x)}{a}$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ ,  $n \neq -1$

$\int \frac{1}{x^n} = -\frac{1}{(n-1)} \cdot \frac{1}{x^{n-1}}$ ,  $n \neq 1$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln x$

$\int e^x dx = e^x$

$\int \sin(x)dx = \cos(x)$

$\int \cos(x)dx = \sin(x)$

$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx = I(x_1) - I(x_0)$

### Approssimazioni ( $x_0 = 0$ )

$\sin x = x + O(x^2)$

$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + O(x^2)$

$\ln(1+x) = x + O(x^2)$