

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. Studiare la convergenza della serie seguente al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{\sqrt{n}}$$

Svolgimento:

2. Verificare che $1 + 2i$ è una radice quarta di $-7 - 24i$. **Senza determinare analiticamente le altre radici**, disporre tutte le radici quarte di $-7 - 24i$ su un piano di Gauss. Determinare infine analiticamente le altre radici.

Svolgimento:

3. Determinare il polinomio di Taylor al terzo ordine, con centro in $x_0 = 1$, per la funzione

$$f(x) = (1 + e^x)(x + 2).$$

Svolgimento:

4. Disporre in ordine crescente di infinito le seguenti successioni, dopo aver determinato per ognuna il più semplice asintotico

$$a_n = \sqrt{n} \log n, \quad b_n = n \log \sqrt{n}, \quad c_n = \log(1 + e^{\sqrt{n}}), \quad d_n = e^{1 + \log n}.$$

Svolgimento:

5. Studiare il comportamento della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2} + x}{x+2}$$

e tracciarne un grafico qualitativo. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Svolgimento:

6. Calcolare l'integrale definito

$$A = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2 - \sin x}{\cos^2 x} dx$$

e l'integrale indefinito

$$B = \int \frac{1 + 3x}{x^2 + x - 2} dx.$$

Svolgimento: