

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. Studiare la convergenza della serie seguente al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\log n) (3 - 2x)^n$$

Svolgimento:

2. Calcolare la derivata della funzione $g(x) = \frac{f(x)^2}{\sqrt{x}}$ nel punto $x_0 = 4$, sapendo che f è derivabile, $f(4) = 1$ e $f'(4) = 2$.

Svolgimento:

3. Risolvere la seguente equazione nel campo complesso

$$z^2 - z\bar{z} + 2 + i = 0$$

e disegnare poi le soluzioni sul piano di Gauss.

Svolgimento:

4. Determinare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{x^2} - 1 \right) \left(\cos \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 \right)$$

Svolgimento:

5. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{xe^x}{2 + e^x}$$

e tracciarne un grafico approssimativo. Non è necessario lo studio della derivata seconda. **Attenzione:** nello studio del segno della derivata prima è necessario fare un semplice confronto grafico. Si consiglia inoltre di determinare la retta tangente al grafico della funzione $f(x)$ nell'origine per disegnarne un grafico più accurato.

Svolgimento:

6. Stabilire, utilizzando un criterio di convergenza, se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti. In caso di risposta affermativa calcolarli mediante la definizione

$$A = \int_0^1 \frac{2t+1}{t^{3/4}} dt, \quad B = \int_1^{+\infty} \frac{2t+1}{t^{3/4}} dt.$$

Svolgimento: