

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. Studiare la convergenza della serie seguente al variare di $a > 0$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$

Svolgimento:

2. Dato l'insieme

$$E = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = \cos(n\pi) \left(2 - \frac{2}{n}\right), n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}$$

dimostrare che E è limitato, dimostrare che -2 è un minorante per E e stabilire (argomentando opportunamente la propria affermazione) se $-2 = \inf E$.

Svolgimento:

3. Studiare la funzione

$$f(x) = xe^{-\frac{1}{|x|}}$$

e disegnarne un grafico approssimativo.

Svolgimento:

4. Sia dato l'insieme di numeri complessi

$$A = \{z \in \mathbb{C} : z^2 - \bar{z}^2 = -4i\}.$$

Disegnare l'insieme A sul piano di Gauss e determinare poi esplicitamente i numeri $z \in A$ tali che $|z| = \sqrt{2}$.

Svolgimento:

5. Scrivere lo sviluppo di Mc Laurin al terzo ordine, con resto secondo Peano, della funzione $f(x) = \frac{1}{1+x+x^2}$.

Svolgimento:

6. Calcolare

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2+x+1} dx$$

Svolgimento: