

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

Segnare quale parte si intende svolgere: Prima parte Seconda parte Tutto

Prima parte: esercizi 1.1—1.6 **Seconda parte:** esercizi 2.1—2.6. **Tutto:** esercizi segnati con *

1.1*. Determinare il dominio della funzione $f(x) = \log\left(\sqrt{\frac{x-3}{x+2}}\right)$.

Svolgimento:

1.2*. Calcolare il quoziente ed il resto della seguente divisione di polinomi $\frac{-x^3-x^2-2x}{x^2+1}$

Svolgimento:

1.3*. Stabilire per quali valori del parametro reale a la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(1+n^a)}{n}$ converge.

Svolgimento:

1.4*. Calcolare il seguente limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \sin(n) - \log(n) - n^2}{\sqrt{n^2 + 1}}$

Svolgimento:

1.5. Sia dato l'insieme $A = \left\{ a_n = \frac{n-3n^2}{1+2n+n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}$. Dimostrare che $\inf A = -3$.

Svolgimento:

1.6. Stabilire per quali valori dei parametri reali a e b la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x + a & x \geq 0 \\ x - b & x < 0 \end{cases}$$

è monotona crescente e per quali valori è monotona decrescente.

Svolgimento:

2.1*. Studiare la funzione seguente e disegnarne un grafico approssimativo

$$f(x) = \sqrt[3]{x}(x - 1).$$

Svolgimento:

2.2. Sia data $f(x) = h(g(x))$ con h e g funzioni derivabili su tutto \mathbb{R} . Sapendo che $g(1) = 1$, $g(2) = 3$, $g(3) = 2$, $h'(1) = -2$, $h'(2) = -4$, $h'(3) = 9$, $g'(1) = 7$, $g'(2) = 3$ e $g'(3) = -1$ determinare $f'(1)$.

Svolgimento:

2.3* Calcolare $\int \frac{2x-5}{x^2+2x-15} dx$.

Svolgimento:

2.4* Sia

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} .$$

- a) Verificare, usando la definizione, che f è derivabile in 0.
- b) Stabilire se $f'(x)$ è continua in 0.

Svolgimento:

2.5 Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin(x)) - x}{\log(1 + x^2)}$

Svolgimento:

2.6* Stabilire se esiste e, in caso affermativo calcolare $\int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx$.

Svolgimento: