

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

Segnare quale parte si intende svolgere: Prima parte Seconda parte Tutto

Prima parte: esercizi 1.1—1.6 **Seconda parte:** esercizi 2.1—2.6. **Tutto:** esercizi segnati con *

1.1*. Determinare il dominio della funzione $f(x) = \log(\sqrt{|x| - 3} - 2)$.

Svolgimento:

1.2*. Calcolare il quoziente ed il resto della seguente divisione di polinomi $\frac{3x^3 - x^2 - 2x}{3x^2 + 1}$

Svolgimento:

1.3*. Stabilire per quali valori del parametro reale a la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(e^{na} - 1)}{n^2}$ converge.

Svolgimento:

1.4*. Calcolare il seguente limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - \log(n) - \cos(2n)}{\log(n^n + 1) + n}$

Svolgimento:

1.5. Sia dato l'insieme $A = \left\{ a_n = \frac{3n^2 + n}{1 + 2n + n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}$. Dimostrare che $\sup A = 3$.

Svolgimento:

1.6. Stabilire per quali valori dei parametri reali a e b la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x - a & x \leq 0 \\ x + b & x > 0 \end{cases}$$

è monotona crescente e per quali valori è monotona decrescente.

Svolgimento:

2.1*. Studiare la funzione seguente e disegnarne un grafico approssimativo

$$f(x) = \frac{\log x}{\log x - 1}.$$

Svolgimento:

2.2. Sia data $f(x) = g(h(x))$ con g e h funzioni derivabili su tutto \mathbb{R} . Sapendo che $h(1) = 1$, $h(2) = 3$, $h(3) = 2$, $h'(1) = -2$, $h'(2) = -4$, $h'(3) = 9$, $g'(1) = 7$, $g'(2) = 3$ e $g'(3) = -1$ determinare $f'(3)$.

Svolgimento:

2.3*. Calcolare $\int \frac{-3x+5}{x^2+x-6} dx$.

Svolgimento:

2.4*. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+x^2)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}.$$

a) Verificare, usando la definizione, che f è derivabile in 0.

b) Stabilire se $f'(x)$ è continua in 0.

Svolgimento:

2.5 Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{x^2} - \cos(x) - 1}{\log(1+x^2)}$

Svolgimento:

2.6* Stabilire se esiste e, in caso affermativo calcolare $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+2x)^2} dx$.

Svolgimento: